



**ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ**

**ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**

Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών  
«Επιστήμες της Αγωγής - Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση με την χρήση των ΤΠΕ  
(e-Learning)».

## **ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ, ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΚΑΙ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΕΞ  
ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΓΙΑ ΤΗ  
ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΛΟΓΩΝ-ΑΝΑΛΟΓΙΩΝ ΣΤΑ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΗΣ ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ**

**ΚΑΡΑΛΗΣ ΓΙΩΡΓΟΣ**

Επιβλέπουσα καθηγήτρια:

**ΜΑΝΟΥΣΟΥ ΕΥΑΓΓΕΛΙΑ**

Ρέθυμνο, Μάρτιος 2023

**Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών  
«Επιστήμες της Αγωγής - Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση με την χρήση των ΤΠΕ  
(e-Learning)».  
[Αριθμ. ΦΕΚ 635 τ.Β'9.3.2016]**

Ακαδημαϊκός Υπεύθυνος ΠΜΣ:

Καθηγητής Αναστασιάδης Παναγιώτης

Πανεπιστήμιο Κρήτης – Παιδαγωγικό Τμήμα Δ.Ε

## **ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**“Σχεδιασμός, ανάπτυξη και αποτίμηση εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού για τη διδασκαλία των λόγων - αναλογιών στα Μαθηματικά της ΣΤ' Δημοτικού”.**

ΚΑΡΑΛΗΣ ΓΙΩΡΓΟΣ

### **Υπεύθυνη Δήλωση Συγγραφέα:**

Δηλώνω ρητά ότι, σύμφωνα με το άρθρο 8 του Ν. 1599/1986 και τα άρθρα 2,4,6 παρ. 3 του Ν. 1256/1982, η παρούσα εργασία αποτελεί αποκλειστικά προϊόν προσωπικής εργασίας και δεν προσβάλλει κάθε μορφής πνευματικά δικαιώματα τρίτων και δεν είναι προϊόν μερικής ή ολικής αντιγραφής, οι πηγές δε που χρησιμοποιήθηκαν περιορίζονται στις βιβλιογραφικές αναφορές και μόνον.

© Πανεπιστήμιο Κρήτης, ΠΤΔΕ,ΕΔΙΒΕΑ, 2018

Το Π.Τ.Δ.Ε του Πανεπιστημίου Κρήτης και ειδικότερα το Ε.ΔΙ.Β.Ε.Α, διατηρεί το δικαίωμα της χρήσης και αναπαραγωγής της παρούσας εργασίας για διδακτικούς και ερευνητικούς σκοπούς.



**ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ**

**ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**

«Σχεδιασμός, Ανάπτυξη και Αποτίμηση Εξ Αποστάσεως Εκπαιδευτικού  
Υλικού για τη Διδασκαλία των Λόγων - Αναλογιών στα Μαθηματικά της  
ΣΤ' Δημοτικού»

Γιώργος Καράλης

Επιτροπή Επίβλεψης Πτυχιακής / Διπλωματικής Εργασίας

Επιβλέπουσα Καθηγήτρια:

Ευαγγελία Μανούσου

Εκπαιδευτικός, Καθηγήτρια Σύμβουλος ΕΑΠ

Συν-Επιβλέπων Καθηγητής:

Χαράλαμπος Μουζάκης

Καθηγητής - Σύμβουλος ΕΑΠ

Συν-Επιβλέπων Καθηγητής:

Λάμπρος Καρβούνης

Διδάκτωρ ΠΤΔΕ Πανεπιστήμιο Κρήτης

Ρέθυμνο, Μάρτιος, 2023

*«Στην οικογένειά μου»*

## Περίληψη

Η διάθεση της τεχνητής νοημοσύνης στο «κοινό», σηματοδότησε την έναρξη μίας νέας εποχής μεγάλων αλλαγών τόσο στο χώρο της επιστήμης όσο και σε επίπεδο κοινωνικό-πολιτισμικό. Χαρακτηριστικό παράδειγμα η τεχνητή νοημοσύνη ChatGPT τον πρώτο κιόλας μήνα λειτουργίας της, το Νοέμβριο του 2022, είχε αλληλεπιδράσει με 1 εκατομμύριο χρήστες και στους δύο πρώτους μήνες οι χρήστες αυτοί είχαν φτάσει τα 100 εκατομμύρια (Homolak, 2023). Αναμφισβήτητα λοιπόν μπαίνουμε σε μία εποχή που θα επιφέρει όχι μόνο αλλαγές στο χώρο της επιστήμης αλλά στην σύγχρονη κοινωνία στο σύνολό της.

Η ένταξη νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση αποτελεί ικανή και αναγκαία συνθήκη για την προετοιμασία και ανάπτυξη των απαραίτητων δεξιοτήτων και ικανοτήτων του σύγχρονου πολίτη στην κοινωνία του σήμερα. Ο εμπλουτισμός του υπάρχοντος εκπαιδευτικού συστήματος με τη μεθοδολογία της ΕξΑΕ και τη δημιουργία ενός υβριδικού μοντέλου μάθησης μπορεί να συμβάλει στην ανάπτυξη ψηφιακών δεξιοτήτων, μεταγνωστικών ικανοτήτων, ικανοτήτων επικοινωνίας και συνεργασίας καθώς και στην ανάπτυξη βασικών ικανοτήτων επιστήμης και τεχνολογίας, απαλείφοντας έτσι φαινόμενα «ψηφιακού δυϊσμού» και τη δημιουργία κοινωνικών ανισοτήτων και διάκρισης πολιτών δύο ταχυτήτων.

Πιο συγκεκριμένα στη διδασκαλία των μαθηματικών η ένταξη νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση αποτελεί αντικείμενο μελέτης και έρευνας πολλά χρόνια με θετικά αποτελέσματα σε όλα τα επίπεδα. Ο τρόπος όμως με τον οποίο εντάσσεται η τεχνολογία στην εκπαιδευτική διαδικασία υπό παιδαγωγικούς όρους χωρίς να παραβιάζονται οι βασικές αρχές μάθησης και διδασκαλίας, αποτελεί πλέον το βασικότερο στόχο όλων των ερευνών.

Ο τρόπος ο οποίος προτείνεται από την παρούσα εργασία για την παιδαγωγική ένταξη της τεχνολογίας στη διδασκαλία των μαθηματικών είναι το μοντέλο TPACK των Mishra και Koehler (2006) σύμφωνα με το οποίο η σωστή ενσωμάτωση νέων τεχνολογιών στη διδασκαλία των μαθηματικών, μπορεί να επιτευχθεί λαμβάνοντας υπόψιν τις αλληλεπιδράσεις της Παιδαγωγικής Γνώσης, της Τεχνολογικής Γνώσης και της Γνώσης Περιεχομένου. Με βάση το μοντέλο TPACK ο εκπαιδευτικός ή ειδικός που καλείται να σχεδιάσει εξ αποστάσεως εκπαιδευτικό υλικό στα μαθηματικά μπορεί να επιτύχει την αποτελεσματική μάθηση συνδυάζοντας την τεχνολογία υπό παιδαγωγικούς όρους και αντίστροφα.

Τα ερωτήματα που προκύπτουν είναι : «Πώς ο σχεδιαστής εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού αποκτά αυτή τη γνώση; Μήπως αυτή τη γνώση αποκτιέται σταδιακά;». Την απάντηση στα παραπάνω ερωτήματα έδωσαν οι Niess, Sadri και Lee (2007) οι οποίοι

προσάρμοσαν στο μοντέλο TPACK το αναπτυξιακό μοντέλο του Everett Rogers (1995), για την αποδοχή ή απόρριψη νέων καινοτομιών στη διδασκαλία των μαθηματικών. Τα πέντε (5) αναπτυξιακά στάδια σύμφωνα με τη Niess κ.α. (2007) για την ενσωμάτωση μίας νέας τεχνολογίας στη διδασκαλία των μαθηματικών είναι η Αναγνώριση, η Αποδοχή, η Προσαρμογή, η Διερεύνηση και η Εξέλιξη.

Στο 4ο αναπτυξιακό στάδιο οι εκπαιδευτικοί αρχίζουν να αναζητούν περισσότερους τρόπους για να ενσωματώσουν την τεχνολογία στο πρόγραμμα διδασκαλίας τους ως ένα ακόμα εργαλείο μάθησης. Στα πλαίσια λοιπόν του 4ου σταδίου της Διερεύνησης και ένταξης νέων τεχνολογιών στη διδασκαλία των μαθηματικών, ακολουθώντας το μοντέλο TPACK η παρούσα έρευνα ασχολήθηκε με το σχεδιασμό, υλοποίηση και αποτίμηση εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού για τη διδασκαλία των Λόγων και Αναλογιών στα Μαθηματικά της ΣΤ' Δημοτικού.

### **Λέξεις – Κλειδιά**

Εξ αποστάσεως εκπαίδευση, εκπαιδευτικό υλικό, Μαθηματικά, μοντέλο TPACK, Λόγοι, Αναλογίες.

## Abstract

The disposition of artificial intelligence towards the "public" marked the beginning of a new era of significant changes, both in the realm of science and on a sociocultural level. A characteristic example is the artificial intelligence ChatGPT, which in its very first month of operation in November 2022 had interacted with 1 million users and within the first two months, these users had reached 100 million (Homolak, 2023). Undoubtedly, we are entering an era that will bring about not only changes in the field of science but also in modern society as a whole.

The integration of new technologies into education constitutes a necessary and essential condition for the preparation and development of the necessary skills and abilities of the modern citizen in today's society. Enriching the existing educational system with the methodology of Educational Technology and the creation of a hybrid learning model can contribute to the development of digital skills, metacognitive abilities, communication and collaboration skills, as well as the development of fundamental science and technology skills, thereby eliminating phenomena of "digital divide" and the creation of social inequalities and discrimination among citizens of different speeds.

More specifically, in the teaching of mathematics, the integration of new technologies into education has been the subject of study and research for many years, yielding positive results at all levels. However, the manner in which technology is incorporated into the educational process under pedagogical conditions without violating the basic principles of learning and teaching has become the primary goal of all research.

The approach proposed by this study for the pedagogical integration of technology into the teaching of mathematics is the TPACK model by Mishra and Koehler (2006), according to which the proper integration of new technologies into the teaching of mathematics can be achieved by considering the interactions of Pedagogical Knowledge, Technological Knowledge, and Content Knowledge. Based on the TPACK model, educators or specialists tasked with designing remote educational materials in mathematics can achieve effective learning by combining technology under pedagogical conditions and vice versa.

The questions that arise are: "How does the designer of remote educational material acquire this knowledge? Is this knowledge acquired gradually?" The answers to these questions were provided by Niess, Sadri and Lee (2007), who adapted Everett Rogers' (1995) innovation adoption model to the TPACK model, addressing the acceptance or rejection of new innovations in the teaching of mathematics. According to Niess et al. (2007), the five

developmental stages for the integration of a new technology into the teaching of mathematics are Recognizing, Accepting, Adapting, Exploring, and Advancing.

In the 4th developmental stage, educators begin to seek more ways to integrate technology into their curriculum as another learning tool. Therefore, within the framework of the 4th stage, of Exploring the integration of new technologies into mathematics education, following the TPACK model, this research focused on the design, implementation, and evaluation of remote educational material for teaching Ratios and Proportions in Mathematics for the 6th Grade.

### **Keywords**

Distance education, Educational material, Mathematics, TPACK model, Ratios, Proportions.



# Περιεχόμενα

|                                                                                     |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Περίληψη .....                                                                      | 5  |
| Abstract.....                                                                       | 7  |
| Περιεχόμενα.....                                                                    | 9  |
| Κατάλογος Εικόνων / Σχημάτων .....                                                  | 12 |
| Κατάλογος Πινάκων .....                                                             | 13 |
| Συντομογραφίες & Ακρωνύμια .....                                                    | 14 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 .....                                                                    | 15 |
| 1.Εισαγωγή .....                                                                    | 15 |
| 1.1 Προβληματική της Εργασίας .....                                                 | 15 |
| 1.2 Λόγοι επιλογής του θέματος .....                                                | 17 |
| 1.3 Σκοπός, στόχοι και ερευνητικά ερωτήματα της εργασίας .....                      | 18 |
| 1.3.1 Σκοπός της έρευνας .....                                                      | 18 |
| 1.3.2 Στόχοι της έρευνας .....                                                      | 18 |
| 1.3.3 Ερευνητικά ερωτήματα της έρευνας .....                                        | 18 |
| 1.4 Η συμβολή της εργασίας στη γνώση – Συνεισφορά της εργασίας .....                | 19 |
| 1.5 Η δομή της εργασίας .....                                                       | 19 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 .....                                                                    | 21 |
| 2. Μαθηματικά και Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση .....                                    | 21 |
| 2.1 Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση (ΕξΑΕ) .....                                           | 21 |
| 2.2 Μικτή Μάθηση και Συμπληρωματική Εξ Αποστάσεως Σχολική Εκπαίδευση....            | 23 |
| 2.3 Αρχές Ποιοτικής Μαθηματικής Εκπαίδευσης .....                                   | 24 |
| 2.4 Εφαρμογές Μικτής Μαθηματικής Εκπαίδευσης.....                                   | 25 |
| 2.4.1 Courseware - (Καναδάς).....                                                   | 25 |
| 2.4.2 Mathspace - (Αυστραλία) .....                                                 | 26 |
| 2.4.3 Khan Academy - (ΗΠΑ).....                                                     | 27 |
| 2.4.4 Desmos - (ΗΠΑ).....                                                           | 29 |
| 2.4.5 Mathigon - (Ηνωμένο Βασίλειο) .....                                           | 30 |
| 2.4.6 Φωτόδεντρο - (Ελλάδα).....                                                    | 31 |
| 2.4.7 η-τάξη - (Ελλάδα).....                                                        | 32 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 .....                                                                    | 33 |
| 3. Σχεδιασμός Εξ Αποστάσεως Εκπαιδευτικού Υλικού στα Μαθηματικά.....                | 33 |
| 3.1 Το μοντέλο TRACK .....                                                          | 33 |
| 3.2 Παιδαγωγική Γνώση .....                                                         | 34 |
| 3.2.1 Αρχές μάθησης .....                                                           | 34 |
| 3.2.2 Αρχές Διδασκαλίας.....                                                        | 36 |
| 3.3 Γνώση Περιεχομένου – Μαθηματικά ΣΤ' Δημοτικού - Λόγοι και Αναλογίες....         | 36 |
| 3.3.1 Εννοιολογική Γνώση .....                                                      | 37 |
| 3.3.2 Διαδικαστική γνώση .....                                                      | 38 |
| 3.4 Παιδαγωγική και Γνώση Περιεχομένου.....                                         | 38 |
| 3.4.1 Διδακτική των Μαθηματικών στους Λόγους και τις Αναλογίες ΣΤ' Δημοτικού        | 38 |
| 3.5 Τεχνολογική Γνώση .....                                                         | 40 |
| 3.5.1 Ψηφιακά Μέσα προσανατολισμένα στην εκπαίδευση .....                           | 41 |
| 3.5.1.1 Κατηγοριοποίηση Ψηφιακών Μέσων.....                                         | 41 |
| 3.5.1.2 Συστήματα Διαχείρισης Μάθησης (ΣΔΜ) (Learning Management System – LMS)..... | 41 |
| 3.5.1.3 H5P .....                                                                   | 43 |
| 3.6 Τεχνολογική και Γνώση Περιεχομένου .....                                        | 44 |
| 3.6.1 Αρχές Skinner μάθησης στα μαθηματικά μέσω H/Y .....                           | 44 |

|                                                                                                                                              |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 3.7 Τεχνολογική και Παιδαγωγική Γνώση.....                                                                                                   | 45        |
| 3.7.1 Θεωρία πολυμορφικής εκπαίδευσης.....                                                                                                   | 45        |
| 3.7.2 Θεωρία αλληλεπίδρασης και επικοινωνίας από απόσταση .....                                                                              | 47        |
| 3.7.3 Πολυμεσική μάθηση κατά Meyer.....                                                                                                      | 48        |
| 3.7.3.1 Ψηφιακή Αφήγηση.....                                                                                                                 | 49        |
| 3.7.3.2 Βίντεο - Διαδραστικό Βίντεο .....                                                                                                    | 49        |
| 3.7.4 Παιχνιδοποίηση (Gamification) .....                                                                                                    | 50        |
| 3.7.5 Αρχές Δημιουργίας Εκπαιδευτικού Υλικού Λιοναράκη – Σπανακά.....                                                                        | 51        |
| 3.8 Γενικότερο Πλαίσιο .....                                                                                                                 | 52        |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 .....</b>                                                                                                                      | <b>53</b> |
| <b>4.Πρόταση Υλοποίησης Εξ Αποστάσεως Εκπαιδευτικού Υλικού στους Λόγους και Αναλογίες ΣΤ' Δημοτικού .....</b>                                | <b>53</b> |
| 4.1 «Η Χρυσή Τομή» TRACK .....                                                                                                               | 53        |
| 4.2 Ψηφιακά Μέσα.....                                                                                                                        | 53        |
| 4.3 Δομή του Εκπαιδευτικού Υλικού - Εισαγωγικά Στοιχεία – Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα .....                                          | 55        |
| 4.4 Στοιχεία Δομής του Εκπαιδευτικού Υλικού .....                                                                                            | 58        |
| 4.4.1 1η Δέσμη.....                                                                                                                          | 58        |
| 4.4.2 2η Δέσμη.....                                                                                                                          | 60        |
| 4.4.3 3η Δέσμη.....                                                                                                                          | 61        |
| 4.5 Αρχές Πολυμεσικής Μάθησης κατά Meyer.....                                                                                                | 62        |
| 4.6 Αλληλεπίδραση με το Εκπαιδευτικό Υλικό.....                                                                                              | 67        |
| 4.7 Παιχνιδοποίηση (Gamification) .....                                                                                                      | 69        |
| 4.8 Μαθηματική Γνώση - Λόγοι και Αναλογίες .....                                                                                             | 70        |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 .....</b>                                                                                                                      | <b>79</b> |
| <b>5. Αξιολόγηση και αποτίμηση εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού - Λόγοι και Αναλογίες ΣΤ' Δημοτικού .....</b>                              | <b>79</b> |
| 5.1 Σχεδιασμός Αξιολόγησης.....                                                                                                              | 79        |
| 5.2 Συλλογή και επεξεργασία δεδομένων .....                                                                                                  | 80        |
| 5.3 Χρονική περίοδος.....                                                                                                                    | 83        |
| 5.4 Συμμετέχοντες στην έρευνα .....                                                                                                          | 83        |
| 5.5 Ανάλυση αποτελεσμάτων .....                                                                                                              | 84        |
| 5.5.1 1ο Ερευνητικό Ερώτημα:.....                                                                                                            | 84        |
| «Ποιές είναι οι προδιαγραφές για τη δημιουργία εξ αποστάσεως υλικού για τη διδασκαλία των αναλογιών στα Μαθηματικά της ΣΤ' Δημοτικού;» ..... | 84        |
| 5.5.1.1 Παιδαγωγική και Γνώση Περιεχομένου (PCK).....                                                                                        | 84        |
| 5.5.1.2 Τεχνολογική και Γνώση Περιεχομένου (TCK) .....                                                                                       | 88        |
| 5.5.1.3 Δυνατά σημεία και προτάσεις βελτίωσης του ΕΥ ως προς τα περιεχόμενα PCK και TCK.....                                                 | 92        |
| 5.5.2 2ο Ερευνητικό Ερώτημα:.....                                                                                                            | 95        |
| «Το εκπαιδευτικό υλικό διέπεται από τις αρχές και τη μεθοδολογία της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης;» .....                                       | 95        |
| 5.5.2.1 Τεχνολογική & Παιδαγωγική Γνώση (TPK) .....                                                                                          | 95        |
| 5.5.2.2 Δυνατά σημεία και προτάσεις βελτίωσης του ΕΥ ως προς το περιεχόμενο TPK στο 2ο ερευνητικό ερώτημα .....                              | 107       |
| 5.5.3 3ο Ερευνητικό Ερώτημα:.....                                                                                                            | 108       |
| «Το εκπαιδευτικό υλικό έχει δημιουργηθεί σύμφωνα με τις αρχές της πολυμεσικής μάθησης;» .....                                                | 108       |
| 5.5.3.1 Τεχνολογική & Παιδαγωγική Γνώση (TPK) .....                                                                                          | 108       |

|                                                                                                                 |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 5.5.3.2 Δυνατά σημεία και προτάσεις βελτίωσης του ΕΥ ως προς το περιεχόμενο ΤΡΚ στο 3ο ερευνητικό ερώτημα ..... | 111        |
| 5.6 Σύνοψη αποτελεσμάτων.....                                                                                   | 112        |
| 5.6.1 Αποτύπωση αξιολόγησης - 1ο ερευνητικό ερώτημα.....                                                        | 112        |
| 5.6.2 Αποτύπωση αξιολόγησης - 2ο ερευνητικό ερώτημα.....                                                        | 113        |
| 5.6.3 Αποτύπωση αξιολόγησης - 3ο ερευνητικό ερώτημα.....                                                        | 113        |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 .....</b>                                                                                         | <b>114</b> |
| <b>6. Συζήτηση – Συμπεράσματα .....</b>                                                                         | <b>114</b> |
| 6.1 Συμπεράσματα .....                                                                                          | 114        |
| 6.2 Συζήτηση.....                                                                                               | 117        |
| 6.2.1 1ο Ερευνητικό Ερώτημα.....                                                                                | 117        |
| 6.2.2 2ο και 3ο Ερευνητικό Ερώτημα .....                                                                        | 120        |
| 6.3 Σύνοψη - Η «χρυσή τομή» ΤΡΑΚΚ.....                                                                          | 122        |
| 6.4 Περιορισμοί της έρευνας.....                                                                                | 123        |
| 6.5 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.....                                                                         | 123        |
| <b>Βιβλιογραφία .....</b>                                                                                       | <b>125</b> |

## Κατάλογος Εικόνων / Σχημάτων

|                                                                                     |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Εικόνα 1: Το μοντέλο TRACK των Koehler και Mishra (2006).....                       | 33 |
| Εικόνα 2: Αρχική σελίδα καλωσορίσματος.....                                         | 53 |
| Εικόνα 3: Περιγραφή μαθήματος - Μονοπάτι της γνώσης.....                            | 54 |
| Εικόνα 4: Παρουσίαση Course Presentation - H5P.....                                 | 54 |
| Εικόνα 5: MathJax - LaTeX.....                                                      | 55 |
| Εικόνα 6: Οι Διδακτικές Ενότητες του μαθήματος .....                                | 55 |
| Εικόνα 7: Περιγραφή μαθήματος .....                                                 | 56 |
| Εικόνα 8: Εισαγωγικά στοιχεία ενότητας.....                                         | 56 |
| Εικόνα 9: Κείμενα.....                                                              | 59 |
| Εικόνα 10: Προκείμενα.....                                                          | 59 |
| Εικόνα 11: Μετακείμενα.....                                                         | 59 |
| Εικόνα 12: Διακείμενα.....                                                          | 60 |
| Εικόνα 13: Επικείμενα .....                                                         | 60 |
| Εικόνα 14: Παρακείμενα .....                                                        | 61 |
| Εικόνα 15: Περικείμενα.....                                                         | 61 |
| Εικόνα 16: Πολυκείμενα.....                                                         | 62 |
| Εικόνα 17: Πολυαντικείμενα .....                                                    | 62 |
| Εικόνα 18: Αρχές Πολυμεσικότητας, Γειτνίασης, Συγχρονισμού.....                     | 63 |
| Εικόνα 19: Αρχές Τροπικότητας, Πλεονασμού, Συνοχής .....                            | 63 |
| Εικόνα 20: Αρχές Προσωποποίησης, Φωνής .....                                        | 64 |
| Εικόνα 21: Αρχή της Εικόνας - Εικονικοί Αφηγητές (Avatar).....                      | 64 |
| Εικόνα 22: Αρχή της Κατάτμησης.....                                                 | 65 |
| Εικόνα 23: Αρχή της Σηματοδότησης .....                                             | 65 |
| Εικόνα 24: Προπαίδευση στο μάθημα - Οδηγός Πλοήγησης.....                           | 65 |
| Εικόνα 25: Προπαίδευση στις δραστηριότητες .....                                    | 66 |
| Εικόνα 26: Τα «αυτονόητα» καθορίζονται σαφώς.....                                   | 66 |
| Εικόνα 27: Προπαίδευση στη Μελέτη.....                                              | 67 |
| Εικόνα 28: Οι προσπάθειες του μαθητή αμείβονται.....                                | 67 |
| Εικόνα 29: Συνεχής ανατροφοδότηση οδηγώντας το μαθητή να ανατρέξει σε υλικό .....   | 68 |
| Εικόνα 30: Ανατροφοδότηση ερωτήσεων - απαντήσεων.....                               | 68 |
| Εικόνα 31: Ανατροφοδότηση με παρατηρήσεις .....                                     | 68 |
| Εικόνα 32: Υποδείξεις - Λύσεις στο τέλος των διδακτικών ενοτήτων.....               | 69 |
| Εικόνα 33: Οι λύσεις δίνονται είτε με τη μορφή βίντεο είτε με τη μορφή εικόνας..... | 69 |
| Εικόνα 34: Παιχνίδι ισοδύναμων λόγων.....                                           | 70 |
| Εικόνα 35: Παιχνίδι αναλογιών .....                                                 | 70 |
| Εικόνα 36: Σύρε τις λέξεις - Εφαρμογή Αντίστροφων Λόγων.....                        | 71 |
| Εικόνα 37: Πολλαπλής Επιλογής - Κατανόησης Απλοποίησης Λόγου .....                  | 71 |
| Εικόνα 38: Πολλαπλής Επιλογής - Εμπέδωσης της έννοιας του Λόγου .....               | 71 |
| Εικόνα 39: Πολλαπλής Επιλογής - Εμβάθυνσης στην έννοια του Λόγου.....               | 72 |
| Εικόνα 40: Παράδειγμα (1) αναλογικής συλλογιστικής.....                             | 73 |
| Εικόνα 41: Παράδειγμα (2) αναλογικής συλλογιστικής.....                             | 73 |
| Εικόνα 42: Συνεργατική δραστηριότητα εφόρμησης .....                                | 73 |
| Εικόνα 43: Σύρε τις λέξεις - Κάθε κουτί δέχεται μόνο τη σωστή απάντηση .....        | 74 |
| Εικόνα 44: Σύγκριση Κλασμάτων Σύγκριση Λόγων Αναλογία Σχέση Ισότητας .....          | 74 |
| Εικόνα 45: Λόγοι, ισοδύναμοι λόγοι, αναλογία .....                                  | 75 |
| Εικόνα 46: Δεν είναι όλες οι σχέσεις αριθμών γραμμικές.....                         | 75 |
| Εικόνα 47: Πρόβλημα Αναλογιών με πραγματική συνταγή πίτσας.....                     | 76 |
| Εικόνα 48: Ο αριθμός $\varphi$ στην τέχνη και την επιστήμη .....                    | 76 |
| Εικόνα 49: Χρήση τυπικής μαθηματικής γλώσσας .....                                  | 77 |

|                                                            |    |
|------------------------------------------------------------|----|
| Εικόνα 50: Χρήση διπλής αριθμογραμμής .....                | 78 |
| Εικόνα 51: Χρήση διαγράμματος ταινίας (tape diagram) ..... | 78 |
| Εικόνα 52 Πίνακες .....                                    | 78 |

## Κατάλογος Πινάκων

|                                                                       |    |
|-----------------------------------------------------------------------|----|
| Πίνακας 1: Κατηγοριοποίηση και άξονες ανά ερευνητικό ερώτημα.....     | 83 |
| Πίνακας 2: Το προφίλ των συμμετεχόντων αξιολογητών εκπαιδευτικών..... | 84 |

## Συντομογραφίες & Ακρωνύμια

|       |                                                 |
|-------|-------------------------------------------------|
| ΔΕ    | Διπλωματική Εργασία                             |
| ΠΤΔΕ  | Παιδαγωγικό Τμήμα Δ.Ε                           |
| ΕΕ    | Ευρωπαϊκή Ένωση                                 |
| ΔΒΜ   | Δια Βίου Μάθηση                                 |
| ΠΜΣ   | Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών                 |
| ΑΕΞΑΕ | Ανοιχτή και Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση            |
| ΕΞΑΕ  | Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση                        |
| ΕΥ    | Εκπαιδευτικό Υλικό                              |
| ΤΡΚ   | Τεχνολογική & Παιδαγωγική Γνώση                 |
| ΤCK   | Τεχνολογική & Γνώση Περιεχομένου                |
| PCK   | Παιδαγωγική & Γνώση Περιεχομένου                |
| TRACK | Τεχνολογική, Παιδαγωγική και Γνώση Περιεχομένου |
| ΤΠΕ   | Τεχνολογία Πληροφορίας και Επικοινωνίας         |
| ΤΚΠ   | Τεχνολογία της Κοινωνίας της Πληροφορίας        |
| ΔΤΠ   | Διαδίκτυο Των Πραγμάτων                         |
| TN    | Τεχνητή Νοημοσύνη                               |
| ΣΔΜ   | Σύστημα Διαχείρισης Μάθησης                     |

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## 1.Εισαγωγή

### 1.1 Προβληματική της Εργασίας

Στη σημερινή εποχή, η διάχυτη χρήση υπολογιστών και τεχνολογίας σε συνδυασμό με την ευφυή ανταπόκριση των "μηχανών" στη χρήση του ανθρώπου, οδήγησαν στη δημιουργία και ανάπτυξη αυτού που ονομάζουμε σήμερα «Διαδίκτυο των Πραγμάτων» (Internet of Things - IoT). Η χρησιμότητα και η εφαρμογή των νέων ψηφιακών υπηρεσιών σε συνδυασμό με τη διασύνδεση σε ένα δίκτυο επικοινωνίας «έξυπνων» οικιακών συσκευών, «έξυπνων» αυτοκινήτων, «έξυπνων» βιομηχανικών συσκευών κ.α. (ΔΤΠ) εξαρτώνται στενά από την υιοθέτηση και διείσδυση των μέσων τεχνολογίας και επικοινωνίας (ΤΠΕ) στην καθημερινή ζωή των ανθρώπων (Solera-Cotanilla κ.ά., 2022).

Αυτός ο παγκόσμιος ψηφιακός οργανισμός είναι αναπόσπαστο κομμάτι της σύγχρονης εποχής, μίας εποχής, που χαρακτηρίζεται ως «Τέταρτη βιομηχανική επανάσταση» ή «βιομηχανία 4.0» αφού διακρίνεται από υψηλές τεχνολογίες όπως το διαδίκτυο των πραγμάτων (IoT), τη ρομποτική, την τεχνητή νοημοσύνη (TN), το υπολογιστικό νέφος (cloud computing), την τρισδιάστατη εκτύπωση (3D-printing), την εικονική και επαυξημένη πραγματικότητα (Mian κ.ά., 2020), «Κοινωνία της Πληροφορίας» αφού η βασική σχέση ατόμου-πληροφορίας μετατρέπεται πλέον σε μία εποχή όπου η πληροφορία διαχέεται υπό οποιαδήποτε μορφή και προς όλους (Αναστασιάδης, 2006) και «Κοινωνία της Γνώσης» αφού η γνώση αποτελεί το βασικότερο παραγωγικό συντελεστή της νέας μορφής κοινωνικής και οικονομικής οργάνωσης (EUR-Lex, 2008, Αναστασιάδης, 2017, Μανούσου, 2017).

Αν και από το 2001 η πληροφόρηση και η συμμετοχή στην Κοινωνία της Πληροφορίας αποτελεί συνταγματικό δικαίωμα κάθε πολίτη (Άρθρο 5Α, Σύνταγμα της Ελλάδας), ο τεράστιος όγκος δεδομένων (Σοκ της Υπερπληροφόρησης) (Brown & Duguid, 2000, Bawden & Robinson, 2008, οπ. αναφ. στο Αναστασιάδης 2006), η ταχύτατη απαξίωση της γνώσης, η πολλαπλότητα των επιλογών και η παγκόσμια δικτύωση και συνεργασία, μπορούν να συντελέσουν στην εμφάνιση φαινομένων «ψηφιακού δυϊσμού» δημιουργώντας **κοινωνικές ανισότητες** και διάκρισης πολιτών δύο ταχυτήτων (Αναστασιάδης, 2006;2017, Σαχινίδης & Πολυχρονάκης, 2009). Στη σύσταση του Ευρωπαϊκού Κοινοβουλίου της 18ης Δεκεμβρίου του 2006, στοχεύοντας στην εξάλειψη του αναλφαριθμητισμού, την ενδυνάμωση των ανθρωπίνων δικαιωμάτων, την ενδυνάμωση της αυτονομίας, την αύξηση των απαραίτητων ικανοτήτων κοινωνικής ένταξης και απασχόλησης, συντάχθηκε ένα Πλαίσιο Αναφοράς με οκτώ βασικές ικανότητες μεταξύ των οποίων είναι οι **Μεταγνωστικές**

**Ικανότητες** (Learning to learn), η **Επικοινωνία**, η **Ψηφιακή Ικανότητα**, η **Μαθηματική Ικανότητα** και βασικές ικανότητες στην επιστήμη και την τεχνολογία (EUR-Lex, 2006, Σαχινίδης & Πολυχρονάκης, 2009, Μανούσου, 2017, Smyrnona-Trybulska, 2019).

Οι τελευταίες αναφορές του 2018, του διεθνούς προγράμματος PISA (Programme for International Student Assessment - Διεθνές Πρόγραμμα για την αξιολόγηση των μαθητών) κατέταξαν τους Έλληνες μαθητές ως προς τις μαθηματικές τους δεξιότητες στο Επίπεδο 2 (Schleicher, 2019). Επίπεδο 2 σημαίνει ότι ένα αρκετά μεγάλο ποσοστό των συμμετεχόντων (δείγμα μαθητών ηλικίας 15-16 ετών) απέτυχε να απαντήσει σε ερωτήσεις όπως η παρακάτω:

«Σε ένα ταξίδι με ποδήλατο, η Ελένη οδήγησε 4 km σε 10 λεπτά και 2 km τα επόμενα 5 λεπτά. Ποιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

α) Η μέση ταχύτητα της Ελένης ήταν μεγαλύτερη τα πρώτα 10 λεπτά απ' ό,τι τα επόμενα 5 λεπτά.

β) Η μέση ταχύτητα της Ελένης ήταν ίδια τα πρώτα 10 λεπτά και τα επόμενα 5 λεπτά.

γ) Η μέση ταχύτητα της Ελένης ήταν μικρότερη τα πρώτα 10 λεπτά απ' ό,τι τα επόμενα 5 λεπτά.

δ) Από τις πληροφορίες που δίνονται δεν μπορούμε να συμπεράνουμε τίποτα για τη μέση ταχύτητα της Ελένης (Crehan, 2020)».

Από όλα τα παραπάνω λοιπόν, γίνεται φανερό, ότι ο παραδοσιακός τρόπος εκπαίδευσης παρουσιάζει κενά και δυσκολίες προσαρμογής στη νέα πραγματικότητα. Η συμβατική εκπαίδευση παρουσιάζει περιορισμούς και ως προς το επίπεδο οργάνωσης της μάθησης (χώρου, χρόνου, πρόσβασης) αλλά και ως προς τα ανελαστικά προγράμματα σπουδών (Wedemeyer, 1981, Αναστασιάδης, 2006). Η συμβατική εκπαίδευση, χωρίς να σημαίνει ότι οι βασικές αρχές μάθησης και διδασκαλίας είναι πλέον παρωχημένες, αδυνατεί να καλύψει τις ανάγκες για την προετοιμασία του σύγχρονου πολίτη όχι μόνο λόγω χώρο-χρονικών περιορισμών αλλά και λόγω αδυναμίας προσαρμογής, στους ταχύτατους ρυθμούς εξέλιξης της σύγχρονης πραγματικότητας.

Οι μελέτες των Κατσιάπη & Βαλασίδου (2021), Παπανικολάου & Μανούσου (2019), Παπανικολάου (2017), Παπαφιλίππου, Τσιάτσου, Μανούσου, & Λιοναράκη (2016), Βέργου, Κουτσούμπα & Μουζάκη (2016) έδειξαν ότι η εξ αποστάσεως εκπαίδευση μπορεί και συμβάλει στην ανάπτυξη ψηφιακών δεξιοτήτων, μεταγνωστικών ικανοτήτων και ικανοτήτων επικοινωνίας και συνεργασίας. Υπάρχουν πολλές έρευνες, με θετικά αποτελέσματα, σχετικά με τη μικτή (εξ αποστάσεως και συμβατική) διδασκαλία των μαθηματικών στη σχολική εκπαίδευση (Lethbridge, Lubin, Rayner, & Sheffield, 2023; Reynolds & Joseph, 2022; Yao & Zhao, 2022; Oktaviane & Ekawati, 2022; Ferreira &



Mendes, 2020; Παπαφιλίππου, Τσιάτσος, Μανούσου, & Λιοναράκης, 2016; Μπούμπουκα, Παλαιογιαννίδης, & Φαλαγκάρας, 2017; Bottge κ.ά., 2014; Murphy, Gallagher, Krumm, Mislevy, & Hafter, 2014; Phillips & Cohen, 2014). Ο εμπλουτισμός επομένως του υπάρχοντος εκπαιδευτικού συστήματος με τη μεθοδολογία της ΕξΑΕ, την παιδαγωγική αξιοποίηση των σύγχρονων τεχνολογιών και τη δημιουργία ενός μικτού – συνδυαστικού μοντέλου διδακτικής των μαθηματικών, αλλά και σε άλλα μαθήματα, μπορεί να συμβάλει στην ανάπτυξη και προσαρμογή της εκπαίδευσης στη κοινωνία του σήμερα.

Η παρούσα εργασία, εκπονήθηκε στα πλαίσια του ΠΜΣ «Επιστήμες της Αγωγής- Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση με τη χρήση των ΤΠΕ (e – Learning)» και επικεντρώνεται στο σχεδιασμό και τη δημιουργία εξ αποστάσεως υλικού για τη διδασκαλία των Λόγων και Αναλογιών στα Μαθηματικά της ΣΤ' Δημοτικού, στοχεύοντας στη διερεύνηση και ανάδειξη των απαραίτητων προϋποθέσεων από τις οποίες πρέπει να διέπεται ένα αντίστοιχο εξ αποστάσεως μάθημα, που μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ένα μικτό μοντέλο διδασκαλίας.

## **1.2 Λόγοι επιλογής του θέματος**

Η αγάπη μου για την Τεχνολογία και τους υπολογιστές και το πάθος μου για τη διδασκαλία των Μαθηματικών, με βασική αρχή ότι όλοι πρέπει να έχουν τη δυνατότητα ίσης ευκαιρίας στο να «κάνουν Μαθηματικά» (ανεξάρτητα αν μπορούν ή όχι) με οδήγησαν στην αναζήτηση τρόπων διδασκαλίας που να μπορώ να συνδυάσω αρμονικά τα δύο αυτά αντικείμενα ενδιαφέροντός μου. Η επιλογή κατάλληλου μεταπτυχιακού προγράμματος και η «γνωριμία» μου με τους θεωρητικούς και τη μεθοδολογία της ΕξΑΕ έπαιξαν καθοριστική σημασία στην ενασχόλησή μου με το αντικείμενο αυτό, αφού όχι μόνο συνδυάζει τα δύο αντικείμενα που επιθυμούσα αλλά μου άνοιξε και νέους ορίζοντες σε μη τυπικούς τρόπους διδασκαλίας των Μαθηματικών.

Από πολύ νωρίς, ίσως από την πρώτη κιόλας διδακτική μου ώρα ως εκπαιδευτικός στη φροντιστηριακή δευτεροβάθμια εκπαίδευση, κατάλαβα ότι η δημιουργία ή και επιλογή κατάλληλου εκπαιδευτικού υλικού (φυλλάδια θεωρίας – ασκήσεων) αποτέλεσε και αποτελεί ακόμα μέχρι και σήμερα, όχι μόνο πρόκληση, αλλά και μεγάλη ευθύνη. Η γνωριμία μου με τη μεθοδολογία της ΕξΑΕ, συνδυαστικά με την παιδαγωγική πρόκληση δημιουργίας και σωστής ενσωμάτωσης εκπαιδευτικού υλικού στα Μαθηματικά, αποτέλεσαν καθοριστική σημασία στους λόγους επιλογής του θέματος.

Τέλος, η επιλογή του διδακτικού αντικειμένου των Λόγων και Αναλογιών της ΣΤ' Δημοτικού, προήλθε περισσότερο από ένα μάλλον προσωπικό στατιστικό από την εμπειρία μου μέσα στην τάξη. Η παρατήρησή μου ύστερα από είκοσι (20) χρόνια διδασκαλίας των

Αναλογιών σε μαθητές Α΄ ή Β΄ Λυκείου, έδειξε, ότι ένα πολύ μικρό ποσοστό μαθητών μπορεί να απαντήσει στην ερώτηση «Τι είναι αναλογία;». Τα περισσότερα παιδιά φαίνεται να αγνοούν την έννοια του λόγου ή να τη συγχέουν με την έννοια του κλάσματος. Σε κάθε περίπτωση πάντως αν και η αναλογική συλλογιστική είναι καθοριστικής σημασίας μαθηματική σκέψη φαίνεται να μην κατακτιέται από τους μαθητές.

### **1.3 Σκοπός, στόχοι και ερευνητικά ερωτήματα της εργασίας**

#### **1.3.1 Σκοπός της έρευνας**

Σκοπός της έρευνας είναι να διερευνήσει, το σχεδιασμό και την υλοποίηση εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού στα μαθηματικά και ειδικότερα στα κεφάλαια 30, 31 και 32 (Λόγοι και Αναλογίες) της ΣΤ Δημοτικού, που να μπορεί να ενταχθεί σωστά στη διδασκαλία των Μαθηματικών σε ένα μικτό-υβριδικό μοντέλο μάθησης. Το εκπαιδευτικό υλικό είναι προσαρμοσμένο στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών του ΙΕΠ για το σχολικό έτος 2022-2023.

#### **1.3.2 Στόχοι της έρευνας**

Στόχοι της παρούσας εργασίας είναι:

A) Να μελετηθεί ο σχεδιασμός και η υλοποίηση εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού στους Λόγους και τις Αναλογίες στα μαθηματικά της ΣΤ Δημοτικού, συνδυάζοντας τις βασικές παιδαγωγικές αρχές μάθησης και διδασκαλίας, την διδακτική των μαθηματικών και τις αρχές της ΕξΑΕ.

B) Να γίνει αποτίμηση του εκπαιδευτικού υλικού ως προς τις αρχές και τη μεθοδολογία της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης και τις αρχές της Πολυμεσικής Μάθησης.

#### **1.3.3 Ερευνητικά ερωτήματα της έρευνας**

Τα ερευνητικά ερωτήματα που ετέθησαν είναι τα εξής:

1. Ποιες είναι οι προδιαγραφές για τη δημιουργία εξ αποστάσεως υλικού για τη διδασκαλία των αναλογιών στα μαθηματικά της ΣΤ΄ Δημοτικού;
2. Το εκπαιδευτικό υλικό διέπεται από τις αρχές και τη μεθοδολογία της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης;
3. Το εκπαιδευτικό υλικό έχει δημιουργηθεί σύμφωνα με τις αρχές της πολυμεσικής μάθησης;

## 1.4 Η συμβολή της εργασίας στη γνώση – Συνεισφορά της εργασίας

Η εκτιμώμενη συνεισφορά της ΔΕ είναι προσανατολισμένη στο σχεδιασμό και υλοποίηση εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού στα μαθηματικά. Πρόκειται για μία εργασία που στοχεύει να αναδείξει τις προϋποθέσεις που είναι καλό να πληροί ένα εξ αποστάσεως εκπαιδευτικό υλικό, που να μπορεί να μπορεί να ενσωματωθεί σωστά στη διδασκαλία των Μαθηματικών και ειδικότερα στη διδασκαλία των Αναλογιών στα Μαθηματικά της ΣΤ' Δημοτικού σε ένα μικτό εκπαιδευτικό σύστημα.

Το ίδιο το ΕΥ που δημιουργήθηκε για τις ανάγκες της εργασίας μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως επικουρικό εργαλείο από οποιονδήποτε εκπαιδευτικό, για τη διδασκαλία των ενοτήτων 30, 31 και 32 των μαθηματικών της ΣΤ' Δημοτικού.

Εκτός από τη γνώση των αντικειμένων που είναι σημαντικό να κατέχει ένας σχεδιαστής και δημιουργός εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού, η παρούσα ΔΕ θα προσπαθήσει να αναδείξει και τις απαραίτητες αλληλεπιδράσεις που είναι σημαντικό να λαμβάνονται υπόψη στην υλοποίηση ψηφιακού εκπαιδευτικού υλικού στα Μαθηματικά έτσι ώστε να διέπεται από τις βασικές παιδαγωγικές αρχές, τις αρχές του γνωστικού περιεχομένου και τη μεθοδολογία της ΕξΑΕ.

## 1.5 Η δομή της εργασίας

Η παρούσα εργασία διαρθρώνεται σε 6 βασικά κεφάλαια.

Στο πρώτο μέρος ([Κεφ.1](#)) παρουσιάζεται η προβληματική της εργασίας προσπαθώντας να αναδείξει σημαντικά σημεία της σύγχρονης πραγματικότητας σχετικά με τις δεξιότητες και ικανότητες που ζητούνται από τον σύγχρονο πολίτη. Ο προβληματισμός που τίθεται έχει να κάνει με το αν το υπάρχον σύστημα καλλιεργεί αντίστοιχες δεξιότητες και το αν πρέπει να στραφούμε πλέον και σε εναλλακτικούς τρόπους διδασκαλίας εμπλουτίζοντας το υπάρχον εκπαιδευτικό σύστημα. Στο ίδιο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στο σκοπό, τους στόχους και τα ερευνητικά ερωτήματα της έρευνας καθώς και την εκτιμώμενη συνεισφορά της εργασίας στην επιστημονική κοινότητα.

Στο δεύτερο μέρος ([Κεφ.2](#)) γίνεται μία σύντομη αναφορά στις αρχές της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης και το συμπληρωματικό, αλλά σημαντικό ρόλο, που μπορεί να διαδραματίσει σε ένα τυπικό εκπαιδευτικό σύστημα. Γίνεται επίσης μία προσπάθεια διερεύνησης της υπάρχουσας κατάστασης, παρουσιάζοντας παραδείγματα εφαρμογής μικτών μοντέλων διδασκαλίας των μαθηματικών στις αναλογίες, τόσο στην Ελλάδα όσο και σε διεθνές επίπεδο.

Στο τρίτο κεφάλαιο ([Κεφ.3](#)) παρουσιάζεται ο σχεδιασμός εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού σε ένα συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο των μαθηματικών της ΣΤ' Δημοτικού (Λόγοι και Αναλογίες) που μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ανάλογα μικτά μοντέλα διδασκαλίας με αυτά που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 2. Ο σχεδιασμός του εκπαιδευτικού υλικού που προτείνεται από την ΔΕ βασίζεται στο μοντέλο TPACK (Technological Pedagogical Content Knowledge – Τεχνολογική, Παιδαγωγική και Γνώση Περιεχομένου) αναδεικνύοντας εκτός από την απαραίτητη γνώση των τριών βασικών αντικειμένων (Παιδαγωγική, Τεχνολογική και Γνώση Περιεχομένου) που πρέπει να έχει ο δημιουργός εξ αποστάσεως υλικού για τη διδασκαλία των αναλογιών, τις αλληλεπιδράσεις που συμβαίνουν μεταξύ των περιεχομένων αυτών και που είναι απαραίτητο να λαμβάνονται υπόψη για το σχεδιασμό και υλοποίηση εξ αποστάσεως ΕΥ στα μαθηματικά.

Στο τέταρτο μέρος ([Κεφ.4](#)) της ΔΕ παρουσιάζεται το εκπαιδευτικό υλικό που υλοποιήθηκε για τις ανάγκες της έρευνας σύμφωνα με το σχεδιασμό που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 3. Στο πέμπτο μέρος ([Κεφ.5](#)) γίνεται αποτίμηση του ΕΥ από ειδικούς αξιολογητές και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της έρευνας.

Στο κεφάλαιο 6 ([Κεφ.6](#)) παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της έρευνας, γίνεται συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων με παλιότερες έρευνες και συνοψίζονται τα αποτελέσματα στη «Χρυσή Τομή» TPACK, που συνδυάζει αρμονικά την Παιδαγωγική Γνώση, την Τεχνολογική Γνώση και τη Μαθηματική Γνώση, με σκοπό τη σωστή ενσωμάτωση της τεχνολογίας στη διδασκαλία των Αναλογιών στα Μαθηματικά. Τέλος αναφέρονται οι περιορισμοί της εργασίας και προτείνονται σημεία που θα μπορούσαν να εστιάσουν μελλοντικές έρευνες.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### 2. Μαθηματικά και Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση

#### 2.1 Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση (ΕξΑΕ)

Ο «όρος» Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση κατά τον Wedemeyer (1981:xxvi) *"περιγράφει τις μαθησιακές δραστηριότητες στις οποίες μαθητής και δάσκαλος βρίσκονται σε φυσική απόσταση μεταξύ τους"*. Ο ίδιος, στο βιβλίο του *"Learning at the Backdoor"* (1981), προτείνει τον όρο **ανεξάρτητη μάθηση** ως πιο ακριβή για να χαρακτηρίσει την ΕξΑΕ, με επιπλέον σημασία και ιστορική συνέχεια ως προς τις αρχές μάθησης. Τονίζει ότι στη συμβατική εκπαίδευση ενισχύεται η εξάρτηση, η φυσική παρουσία και ο μη-αυτόνομος/η μαθητή/τρια σε ένα σύστημα βαθιά εξαρτημένο από τη συνεχή παρουσία του δασκάλου. Ο Wedemeyer υποστηρίζει ότι στην ανεξάρτητη - εξ αποστάσεως εκπαίδευση καλύπτονται διάφορες μορφές διδασκαλίας και μάθησης δίνοντας τον εξής ορισμό:

- Διδάσκοντας και διδασκόμενος εκτελούν τα βασικά τους καθήκοντα και υποχρεώσεις χωριστά ο ένας από τον άλλο.
- **Επικοινωνούν** μεταξύ τους με ποικίλους τρόπους.
- **Απελευθερώνει** τον διδασκόμενο από τα πρότυπα της τάξης.
- Δίνει τη δυνατότητα σε μαθητές που έχουν σταματήσει ή δεν μπορούν να παρακολουθήσουν μαθήματα, να συνεχίσουν τη μάθησή τους στο δικό τους **χώρο** και **χρόνο**.
- Ενεργοποιεί την **αυτο-κατευθυνόμενη μάθηση** προσφέροντας **ευελιξία** στην οργάνωση αυτοκαθορισμού στόχων και δραστηριοτήτων συμβάλλοντας έτσι στο απόλυτο χαρακτηριστικό του μορφωμένου ατόμου (Wedemeyer, 1981:50-51).

Ο Michael Moore (1972, *οπ. αναφ.* στο Moore, 1993:20) αναφέρει ότι η ΕξΑΕ *"δεν είναι μία απλή γεωγραφική απόσταση μεταξύ διδασκόμενου και διδάσκοντα αλλά είναι μία γενικότερη παιδαγωγική έννοια. Μία έννοια που περιγράφει το σύμπαν των σχέσεων δάσκαλου-μαθητή όταν εκπαιδευόμενοι και εκπαιδευτές βρίσκονται σε διαφορετικό χώρο ή/και χρόνο."* Το σύμπαν αυτών των σχέσεων που περιγράφει ο Moore καθορίζεται από την **αλληλεπίδραση** μεταξύ μαθητών-δασκάλων και τη φύση και το βαθμό **αυτονομίας** του μαθητή (Moore, 1993).

Ο Otto Peters παρουσιάζει την ΕξΑΕ ως ένα βιομηχανοποιημένο αυτοτελές «προϊόν», που η δομή της διέπεται από 4 στοιχεία της βιομηχανικής και ακόμη περισσότερο, της μετά-βιομηχανικής περιόδου :

- Την μετακίνηση του μαθητή από την τάξη στο σπίτι του ή σε ειδικό χώρο εργασίας αφού γίνεται χρήση διαφορετικών **μέσων** διδασκαλίας.
- Απαιτεί περισσότερο από κάθε άλλη μορφή εκπαίδευσης τον **αυτοδύναμο** και αυτό-καθοδηγούμενο μαθητή.
- Προωθούνται οι **κοινωνικές συναναστροφές** μεταξύ των μαθητών.
- Έχει ισχυρή σχέση με την νέα **τεχνολογία** (Peters, 1993:41-42).

Κατά τον Holmberg η εξ αποστάσεως εκπαίδευση καλύπτει τις περισσότερες μορφές εκπαίδευσης (Λιοναράκης, 2006), εξυπηρετεί εκπαιδευόμενους που δεν θέλουν ή δεν μπορούν να παρακολουθήσουν δια ζώσης διδασκαλία, είναι μία διδασκαλία συνεχής **καθοδήγησης** και **υποστήριξης** δίνοντας έμφαση στην **επικοινωνία** και την **ενσυναίσθηση** ως κύριο χαρακτηριστικό των σχέσεων που δημιουργούνται μεταξύ των διδασκόμενων και των εξ αποστάσεως εκπαίδευσης οργανισμών (Holmberg, 2003:81). Ο Holmberg δίνει ιδιαίτερη έμφαση στην ενσυναίσθηση όπου σύμφωνα με τον ίδιο *"ευνοεί τη μάθηση και αποτελεί αποφασιστική επιθυμία στη διδασκαλία"* (Holmberg, 2003:79).

Με βάση τους παραπάνω άξονες ο Desmond Keegan δίνει ένα «συνολικό» ορισμό για την ΕξΑΕ δίνοντας 5 χαρακτηριστικά στοιχεία και διαφορές μεταξύ ΕξΑΕ και συμβατικής εκπαίδευσης:

- Ο σχεδόν απόλυτος **διαχωρισμός μεταξύ διδάσκοντα και διδασκόμενου** σε όλη τη διάρκεια της μαθησιακής διαδικασίας (που αυτό τη διαχωρίζει από τη συμβατική, πρόσωπο με πρόσωπο, εκπαίδευση),
- Την επιρροή ενός εκπαιδευτικού οργανισμού τόσο **στον σχεδιασμό και την προετοιμασία του μαθησιακού υλικού όσο και στην παροχή υπηρεσιών υποστήριξης** των σπουδαστών (αυτό τη διαφοροποιεί από την κατ' ιδίαν μελέτη ή από τα προγράμματα σπουδών άνευ δασκάλου).
- **Τη χρήση τεχνικών μέσων** – έντυπων, ήχου, βίντεο ή υπολογιστή – για τη διασύνδεση διδάσκοντα και εκπαιδευόμενου και τη μεταφορά του περιεχομένου του μαθήματος.
- Την παροχή **αμφίδρομης επικοινωνίας** ώστε ο μαθητής να μπορεί να επωφεληθεί ή ακόμη και να ξεκινήσει διάλογο (στοιχείο διαφοροποίησης από άλλες χρήσεις της τεχνολογίας στην εκπαίδευση).
- Η σχεδόν μόνιμη απουσία της ομάδας μάθησης καθ' όλη τη διάρκεια της μαθησιακής διαδικασίας, έτσι ώστε **τα άτομα να διδάσκονται ως μονάδες και όχι σε ομάδες**, με δυνατότητα περιστασιακών συναντήσεων τόσο για διδακτικούς όσο και για σκοπούς κοινωνικοποίησης (Keegan, 1990 οπ. αναφ. στο Holmberg, 2005:9).

Ο Αντώνης Λιοναράκης, αναφέρεται στην ΕξΑΕ *"ως την εκπαίδευση που διδάσκει και ενεργοποιεί τον μαθητή πώς να μαθαίνει μόνος του και πώς να λειτουργεί αυτόνομα προς μία ευρετική πορεία αυτομάθησης και γνώσης"* (Λιοναράκης, 2001).

## **2.2 Μικτή Μάθηση και Συμπληρωματική Εξ Αποστάσεως Σχολική Εκπαίδευση**

Ως μικτή, συνδυαστική ή υβριδική μάθηση (blended learning-hybrid learning) ονομάζουμε το συνδυασμό της παραδοσιακής συμβατικής, πρόσωπο με πρόσωπο διδασκαλίας, με την εξ αποστάσεως εκπαίδευση. Η μικτή-συνδυαστική εκπαίδευση εφαρμόζεται υπό τη μορφή διαφόρων μοντέλων πλήρως δομημένων με τις αρχές μάθησης και διδασκαλίας.

Η συμπληρωματική εξ αποστάσεως εκπαίδευση αναφέρεται στην ΕξΑΕ που λειτουργεί συμπληρωματικά και παράλληλα με το συμβατικό-παραδοσιακό σύστημα εκπαίδευσης (Παπαφιλίππου, Τσιάτσος, Μανούσου, & Λιοναράκης, 2016). Από το 1986 κιόλας ο Keegan, είχε καταλήξει στο ότι η εξ αποστάσεως εκπαίδευση είναι ένας *"ξεχωριστός τομέας, παράλληλος και συμπληρωματικός της συμβατικής εκπαίδευσης"* (Αναστασιάδης, 2006). Ο Rice μάλιστα υποστηρίζει ότι όσο εξελίσσεται η τεχνολογία των μέσων, τόσο πιο σύνθετη θα γίνεται η ΕξΑΕ. Αναφέρει ότι αποτελεσματικότητά της ΕξΑΕ μπορεί να επιτευχθεί μόνο συμπληρωματικά με την συμβατική εκπαίδευση, αφού κατά βάση εξαρτάται από το ποιος διδάσκει, ποιος μαθαίνει και πως επιτυγχάνεται η μάθηση, ενώ εξαρτάται πολύ λιγότερο από τα μέσα που χρησιμοποιούνται (Αναστασιάδης, 2006, Rice, 2006, Παπαφιλίππου κ.ά., 2016).

Η συμπληρωματική ΕξΑΕ είναι εξ ορισμού «σχολική εργασία εκτός σχολείου» (Παπανικολάου, 2019). Η σχολική εργασία εκτός σχολείου στα Μαθηματικά είναι αναπόφευκτη και αναγκαία με τελικό στόχο ο μαθητής να τα καταφέρει μόνος του (Fort, 1994). Πολλές φορές όμως είτε για να καλυφθούν κενά για παιδιά που απουσιάζουν συχνά από το σχολείο, είτε γιατί οι γονείς δεν έχουν τη γνώση να βοηθήσουν ή για καλύτερες «επιδόσεις» σε εξετάσεις, η εργασία εκτός σχολείου μπορεί αναπόφευκτα να οδηγήσει είτε σε φροντιστήριο είτε σε κατ' οίκον διδασκαλία (ιδιαίτερο) (Fort, 1994).

Η έρευνα των Κατσιαπή και Βαλασίδου (2021) έδειξε ότι η συμπληρωματική ΕξΑΕ μπορεί και είναι απαραίτητη για να βοηθήσει παιδιά που απουσιάζουν συχνά από το σχολείο ή για λόγους υγείας ή για άλλους προσωπικούς λόγους να καλύψουν τα κενά τους, κάτι που έρχεται σε συμφωνία και με παλαιότερες έρευνες των Παπανικολάου (2017), Παπαφιλίππου, Τσιάτσου, Μανούσου και Λιοναράκη (2016).

Μία γενική παρατήρηση διδασκόντων είναι η έλλειψη αυτενέργειας από τους νεοεισερχόμενους φοιτητές (Φλέσσας, 1994). Η εξ αποστάσεως εκπαίδευση είναι ένα μέσο

που μπορεί να αναπτύξει και να συμβάλει στην ενεργοποίηση, την αυτορρύθμιση, και την ενθάρρυνση των μαθητών σύμφωνα με έρευνες των Κατσιάπη και Βαλασίδου (2021), Παπανικολάου (2017), Βέργου, Κουτσούμπα και Μουζάκη (2016).

Η συμπληρωματική ΕξΑΕ αναπτύσσει τις ψηφιακές ικανότητες των μαθητών αφού μαθαίνουν να κάνουν χρήση και να **αλληλεπιδρούν** με ένα ψηφιακό μέσο (Παπανικολάου, 2017, Βέργου, Κουτσούμπα & Μουζάκη, 2016), βοηθάει στην ανάπτυξη ικανοτήτων **επικοινωνίας** (Κατσιάπη, 2021, Παπανικολάου & Μανούσου, 2019) συμβάλλει στις **μεταγνωστικές ικανότητες** και τον τελικό στόχο του να μάθει ο μαθητής **«πώς να μαθαίνει»**, προετοιμάζοντας τον για την «Κοινωνία του Σήμερα» (Παπαφιλίππου, Τσιάτσος, Μανούσου, & Λιοναράκης, 2016).

### 2.3 Αρχές Ποιοτικής Μαθηματικής Εκπαίδευσης

Σύμφωνα με το Εθνικό Συμβούλιο Διδασκόντων των Μαθηματικών (National Council of Teachers of Mathematics - NCTM) και το αναθεωρημένο Αρχές και Πρότυπα Σχολικών Μαθηματικών (ΑΠΣΜ) (Principles and Standards Of School Mathematics) (NCTM, 2000) οι αποφάσεις που παίρνονται σχετικά με τη σχολική εκπαίδευση στα Μαθηματικά, είτε από υπεύθυνους φορείς είτε από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς έχουν άμεσες συνέπειες στους μαθητές και την κοινωνία. Το ΑΠΣΜ προτείνει έξι αρχές, θεμελιώδους αξίας, στις οποίες είναι απαραίτητο να στηρίζονται οι αποφάσεις όλων των εμπλεκόμενων φορέων με σκοπό την ποιοτική μαθηματική εκπαίδευση:

1. **Αρχή της Ισότητας.** Όλοι οι μαθητές πρέπει να έχουν τη δυνατότητα και τις ευκαιρίες μαθηματικής εκπαίδευσης (ανεξάρτητα αν μπορούν ή όχι).
2. **Αρχή του Αναλυτικού Προγράμματος.** Ένα αναλυτικό πρόγραμμα δεν είναι απλά μία συλλογή από δραστηριότητες αλλά πρέπει να χαρακτηρίζεται από συνοχή, να είναι προσανατολισμένο σε σημαντικά μαθηματικά και να είναι δομημένο αρθρωτά σε όλες τις τάξεις.
3. **Αρχή της Διδασκαλίας.** Η αποτελεσματική διδασκαλία των μαθηματικών προϋποθέτει ότι κατανοούμε τι ξέρουν τα παιδιά και τι πρέπει να μάθουν και με συνεχή παρακίνηση και καθοδήγηση τα βοηθάμε να το μάθουν καλά.
4. **Αρχή της Μάθησης.** Τα παιδιά μαθαίνουν μαθηματικά μέσα από την κατανόησή, οικοδομώντας τη νέα γνώση μέσα από την εμπειρία και την προηγούμενη γνώση.
5. **Αρχή της Αξιολόγησης.** Η αξιολόγηση υποστηρίζει τη μαθηματική εκπαίδευση προμηθεύοντας τόσο τους διδάσκοντες όσο και τους μαθητές με χρήσιμες πληροφορίες.



6. **Αρχή της Τεχνολογίας.** Η τεχνολογία είναι απαραίτητη στη διδασκαλία και την εκμάθηση των μαθηματικών, επηρεάζει τα μαθηματικά που διδάσκονται, ενεργοποιεί και ενισχύει τη μάθηση.

Ως προς τους στόχους της Μαθηματικής εκπαίδευσης το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής (ΙΕΠ) αναφέρει ότι η επιδίωξη του αναλυτικού προγράμματος σπουδών είναι η ανάπτυξη βασικών ικανοτήτων (αποτελεσματικότητα χρήσης εργαλείων, αλληλεπίδραση και συνεργασία σε ετερογενείς ομάδες, αυτόνομης και υπεύθυνης λειτουργίας), η ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης (δημιουργική, αναστοχαστική, κριτική) και ανάπτυξη επί μέρους μαθηματικών διεργασιών (πειραματισμού, διερεύνησης, διατύπωσης και ελέγχου υποθέσεων) (ΙΕΠ, 2013).

## 2.4 Εφαρμογές Μικτής Μαθηματικής Εκπαίδευσης

Σε αρκετές χώρες όπως οι ΗΠΑ, Καναδάς, Κίνα, Αυστραλία, Νέα Ζηλανδία, Γαλλία, Φινλανδία, Ηνωμένο Βασίλειο, Νότια Αφρική η μικτή εκπαίδευση είναι αρκετά διαδεδομένη εντάσσοντας πλήρως την ΕξΑΕ στο ήδη υπάρχον εκπαιδευτικό σύστημα, είτε ως αυτόνομη είτε ως συμπληρωματική (Παπαφιλίππου κ.ά., 2016, Παπανικολάου & Μανούσου, 2019).

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται εξ αποστάσεως εκπαιδευτικά προγράμματα, που προσφέρουν ολοκληρωμένες διδακτικές ενότητες στα Μαθηματικά και που χρησιμοποιούνται ως συμπληρωματικό μέσο μάθησης και διδασκαλίας, από διάφορα σχολεία σε διαφορετικά εκπαιδευτικά συστήματα.

### 2.4.1 Courseware - (Καναδάς)

Το Κέντρο Εκπαίδευσης για Μαθηματικά και Υπολογιστές (CEMC - Centre for Education in Mathematics and Computing) του Πανεπιστημίου Γουότερλου (Waterloo) στον Καναδά, μετράει πενήντα χρόνια ιστορίας σε μία προσπάθεια έμπνευσης και ενεργοποίησης των μαθητών να προχωρήσουν παρακάτω με τα μαθηματικά και την επιστήμη υπολογιστών. Από το 2019 και μετά έχει δημιουργηθεί το αποθετήριο Courseware που αποτελείται από ψηφιακά μαθήματα (βασισμένα στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών του Καναδά) για τάξεις Α' Γυμνασίου - Γ' Λυκείου, μαθήματα επίλυσης προβλημάτων - ανακαλυπτικής μάθησης και μαθήματα υπολογιστών. Το εκπαιδευτικό υλικό στα μαθήματα του Courseware χαρακτηρίζεται από διαδραστικά βίντεο και δραστηριότητες εξάσκησης με μία συνεχή ανατροφοδότηση και προσφέρεται δωρεάν χωρίς να χρειάζεται κάποια εγγραφή (CEMC, 2023).

Μία καινοτομία του προγράμματος είναι το Πρόβλημα της Εβδομάδας όπου κάθε εβδομάδα αναρτάται ένα πρόβλημα στα μαθηματικά, σχεδιασμένο για ηλικίες από Γ' Δημοτικού - Γ'

Λυκείου χωρισμένο σε θεματικές ενότητες ανάλογα με το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών κάθε τάξης. Είναι ένα ψηφιακό εργαλείο διδακτικής των μαθηματικών που αναπτύσσει την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων, χρησιμοποιείται ευρέως σε όλο τον Καναδά αλλά και σε πολλές άλλες χώρες (CEMC, 2023).

Η έρευνα των Yao και Zhao (2022) σχετικά με τη χρήση των ΤΠΕ στην εκπαίδευση, από καθηγητές μαθηματικών σε Κινέζικα σχολεία (1η χώρα στην κατάταξη στα μαθηματικά στο διαγωνισμό PISA 2018) μετά την πανδημία Covid-19, έδειξε ότι ένα μεγάλο ποσοστό (70%) των συμμετεχόντων χρησιμοποιεί το Courseware σε εβδομαδιαία ή και καθημερινή βάση. Οι περισσότεροι δάσκαλοι συμφώνησαν ότι το Courseware προσφέρει δραστηριότητες που **ενεργοποιούν** το μαθητή και η συνεχής **ανατροφοδότηση** βοηθάει στην επίγνωση της υπάρχουσας γνώσης. Η έρευνα έδειξε επίσης ότι το εκπαιδευτικό υλικό στο Courseware βοηθάει στην **επίλυση προβλημάτων**, την αφαιρετική και επαγωγική σκέψη (**συλλογιστική** και **αποδείξεις**) και στην **οπτικοποίηση** μαθηματικών εννοιών. Ένα σημαντικό στοιχείο είναι ότι πάνω από τους μισούς συμμετέχοντες είπαν ότι υπάρχει μία δυσκολία στη γραπτή διατύπωση μαθηματικών κειμένων (Yao & Zhao, 2022).

Από την αναζήτησή μας στο Courseware, για σχετικό υλικό με λόγους και αναλογίες της ΣΤ' Δημοτικού, βρήκαμε μία ολόκληρη ενότητα σχετική με το αντικείμενο που αναφέρεται στο αναλυτικό πρόγραμμα του Καναδά σε μαθητές Α' Γυμνασίου. Η ενότητα αποτελείται από 11 μαθήματα όπου κάθε μάθημα αποτελεί μία μικρή διδακτική ενότητα. Ο μαθητής ολοκληρώνει κάθε ενότητα ακολουθώντας ένα διαδραστικό κατακόρυφο μενού πλοήγησης που βρίσκεται στο πλάι δίνοντας τη μορφή παρουσίασης μαθήματος (ΠΜ) (Course Presentation). Αρχικά ο μαθητής παρακολουθεί κάποια διαδραστικά βίντεο, στη συνέχεια απαντάει σε ερωτήσεις κλειστού τύπου, που είναι ενσωματωμένες σε δραστηριότητες και τέλος υπάρχει ένα σετ ασκήσεων πιο δύσκολου επιπέδου, ως ασκήσεις εμπέδωσης και κατανόησης. Στο τέλος κάθε μαθήματος δίνονται απαντήσεις και υποδείξεις σε επιλεγμένες ασκήσεις ([Courseware - Ratios, Rates, Proportions](#)).

#### 2.4.2 [Mathspace](#) - (Αυστραλία)

Το Mathspace είναι ένα εκπαιδευτικό περιβάλλον ΕξΑΕ προσανατολισμένο στα Μαθηματικά. Σκοπός του προγράμματος είναι να βοηθήσει σχολεία, δασκάλους, γονείς, παιδιά και ειδικούς εκπαιδευτικούς στην διδασκαλία και ανάπτυξη μαθηματικών δεξιοτήτων (Math Space, 2022). Είναι μία ευρέως χρησιμοποιούμενη πλατφόρμα, χρησιμοποιείται από σχολεία διαφόρων εκπαιδευτικών συστημάτων, μεταξύ άλλων και της Σιγκαπούρης (2η στη κατάταξη στα Μαθηματικά στο διαγωνισμό PISA 2018) και χρησιμοποιείται ως επικουρικό εργαλείο στη διδασκαλία των μαθηματικών πρωτοβάθμιας

και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Είναι προσαρμοσμένο στα αναλυτικά προγράμματα σπουδών, διαφόρων χωρών όπως η Αυστραλία, ο Καναδάς, η Ινδία, η Μεγάλη Βρετανία, το Χονγκ Κονγκ, η Νέα Ζηλανδία και οι ΗΠΑ. Η εφαρμογή δεν είναι δωρεάν και παρέχεται με ένα μικρό κόστος ανά παιδί ανά έτος.

Οι Reynolds και Joseph (2022) πραγματοποίησαν μία έρευνα σχετικά με το αν μπορεί να χρησιμοποιηθεί το Mathspace ως συμπληρωματικό εργαλείο εξ αποστάσεως εκπαίδευσης, στη διδακτική των μαθηματικών στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Η έρευνα πραγματοποιήθηκε σε παιδιά Γ' Γυμνασίου έως Β' Λυκείου σε ένα σχολείο όπου το ποσοστό των μαθητών που πέτυχαν υψηλούς βαθμούς σε εξετάσεις εθνικού επιπέδου ήταν 11% και το ποσοστό αποφοίτησης 93%. Τα ερευνητικά ερωτήματα της μελέτης είχαν να κάνουν με την επίδραση του Mathspace στην απόδοση των μαθητών σε προβλήματα Άλγεβρας, το βαθμό στον οποίο οι μαθητές διατήρησαν τις επιδόσεις τους και τις αντιλήψεις των μαθητών για το Mathspace ως εξ αποστάσεως μέσο διδασκαλίας. Η μελέτη διαπίστωσε ότι η εφαρμογή του Mathspace στην εκπαιδευτική διαδικασία, υπό την **καθοδήγηση** του δασκάλου, βελτίωσε την απόδοση των μαθητών στην **επίλυση προβλημάτων** με δυνάμεις. Ένα σημαντικό εύρημα της έρευνας ήταν ότι για διάφορους λόγους, όταν δεν γινόταν χρήση του Mathspace, τα παιδιά έδειχναν πτωτική τάση ως προς τις δεξιότητες τους στην επίλυση προβλημάτων. Η έρευνα καταλήγει ότι είναι σημαντική η χρήση αντίστοιχου με το Mathspace εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού στη διδασκαλία των μαθηματικών ως συμπληρωματικό εργαλείο μάθησης και όχι ως αυτόνομο (Reynolds & Joseph, 2022).

Από την αναζήτησή μας στο Mathspace, για σχετικό υλικό με λόγους και αναλογίες για παιδιά ΣΤ' Δημοτικού, βρήκαμε εκπαιδευτικό υλικό προσαρμοσμένο στα αναλυτικά προγράμματα εφτά χωρών. Μεταξύ άλλων βρήκαμε ολόκληρες διδακτικές ενότητες για λόγους και αναλογίες, προσαρμοσμένες στα αναλυτικά προγράμματα της [Αυστραλίας](#), του [Χονγκ-Κονγκ](#), του [Καναδά](#), της [Ινδίας](#), της [Νέας Ζηλανδίας](#) κ.α.

Τα μαθησιακά αντικείμενα των διδακτικών ενοτήτων στα διάφορα προγράμματα, είχαν να κάνουν με την έννοια του λόγου, την απλοποίηση λόγων, αριθμητική εξάσκηση στην απλοποίηση λόγων, ισοδύναμους λόγους και αναλογίες, προβλήματα ισοδύναμων λόγων-αναλογίες, το πρόβλημα της χρυσής τομής και κλίμακες. Δεν είχαμε δυνατότητα πρόσβασης σε δραστηριότητες, μιας και όπως αναφέραμε το Mathspace δεν προσφέρεται δωρεάν.

### 2.4.3 [Khan Academy](#) - (ΗΠΑ)

Η Ακαδημία Khan (KA) είναι ένας μη-κερδοσκοπικός εκπαιδευτικός οργανισμός που προσφέρει δωρεάν ασκήσεις, εκπαιδευτικά βίντεο και έναν **εξατομικευμένο** πίνακα ελέγχου μάθησης που δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να **μελετούν με τον δικό τους ρυθμό** μέσα

και έξω από την τάξη ([KA](#)). Εκτός από τα μαθηματικά προσφέρονται και άλλα μαθήματα φυσικών επιστημών, υπολογιστών, ιστορίας ή οικονομικών και χρησιμοποιείται ευρέως από πολλά σχολεία των ΗΠΑ (δημόσια, ανεξάρτητα ή ιδιωτικά), είτε ως συμπληρωματικό μέσο μάθησης (σε πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση), είτε ως αυτόνομο πρόγραμμα στην τριτοβάθμια εκπαίδευση ή στην προετοιμασία εξετάσεων (Murphy, Gallagher, Krumm, Mislevy, & Hafter, 2014).

Η Ακαδημία Khan είναι ένα ΕξΑΕ πρόγραμμα που χρησιμοποιείται από τους εκπαιδευτικούς για κατανόηση, εμπέδωση και εμβάθυνσης της ύλης στα μαθηματικά, να καλύψει κενά σε μαθητές που έχουν λείψει από το μάθημα ή χρησιμοποιείται και ως μέσο εφαρμογής του μοντέλου της ανεστραμμένης τάξης (Phillips & Cohen, 2014). Μπορεί κάποιος μαθητής να συνδεθεί δωρεάν στην πλατφόρμα του KA και με την καθοδήγηση του δασκάλου τους να επιλέξει το μάθημα και την τάξη που θέλει να παρακολουθήσει. Το συγκεκριμένο πρόγραμμα μεταφράζεται και προσαρμόζεται στο εκπαιδευτικό σύστημα κάθε χώρας, σε πάνω από 36 γλώσσες, συμπεριλαμβανομένου και της Ελληνικής (<https://el.khanacademy.org/>).

Έρευνες ως προς τη χρήση του KA στα μαθηματικά από μαθητές ηλικίας Γ' Δημοτικού - Γ' Γυμνασίου σε σχολεία της Αμερικής, έδειξαν ότι όσα παιδιά ολοκλήρωσαν κατά μέσο όρο το 60% του μαθήματος της αντίστοιχης τάξης που παρακολούθησαν, παρουσίασαν αύξηση κατά 1,8 φορές περισσότερο του αναμενόμενου ποσοστού, σε ένα ευρέως χρησιμοποιούμενο τεστ αξιολόγησης μαθηματικών δεξιοτήτων των ΗΠΑ (NWEA MAP Growth Assessment) (Phillips & Cohen, 2014). Άλλαξε επίσης η **στάση** των παιδιών απέναντι στα μαθηματικά, **μείωσε το άγχος** τους και συνέβαλλε στην **ενθάρρυνση** και την **αυτοπεποίθησή** τους στο να κάνουν μαθηματικά (Murphy, Gallagher, Krumm, Mislevy, & Hafter, 2014).

Από την αναζήτησή μας στην Ακαδημία Khan για σχετικό αντικείμενο με λόγους και αναλογίες ΣΤ' Δημοτικού, βρήκαμε ένα αρκετά ολοκληρωμένο εκπαιδευτικό υλικό ([Khan Academy - Unit: Ratios](#)). Το μάθημα είναι φτιαγμένο σε μία σελίδα χωρισμένη ανά ενότητες. Σε κάθε ενότητα ο μαθητής μπορεί να παρακολουθήσει βίντεο προσομοίωσης του σχολικού πίνακα της τάξης, που γίνεται επεξήγηση θεωρητικών εννοιών και ασκήσεων που θα αντιμετωπίσουν τα παιδιά στη συνέχεια του μαθήματος. Στη συνέχεια ο μαθητής αφού παρακολουθήσει όσα βίντεο θέλει, μπορεί να κάνει τις δραστηριότητες-ασκήσεις που βρίσκονται στο αντίστοιχο τμήμα της ενότητας. Μεταξύ των ενοτήτων υπάρχει ένα επαναληπτικό Κουίζ που βοηθάει στην εμπέδωση της ύλης. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό του μαθήματος είναι το πλαϊνό πάνελ της ενότητας που ο μαθητής έχει άμεση ενημέρωση και **ανατροφοδότηση** για την πρόοδό του στο μάθημα ανάλογα με τις δραστηριότητες που ολοκληρώνει. Το ταμπλό αυτό της προόδου αλλά και όλες οι δραστηριότητες έχουν έντονο

το στοιχείο της **παιχνιδοποίησης** (gamification) με στόχο την ενεργοποίηση μέσα από την παιγνιώδη μάθηση.

#### 2.4.4 **Desmos** - (ΗΠΑ)

Το πρόγραμμα desmos (από το Ελληνικό "δεσμός") ξεκίνησε το 2011 και είναι ένα πολύ ισχυρό υπολογιστικό εργαλείο που προσφέρεται δωρεάν για τη γραφική **απεικόνιση** και **οπτικοποίηση μαθηματικών** εννοιών. Μερικές από τις δυνατότητες που έχει είναι ο σχεδιασμός συναρτήσεων, παραμετρικών εξισώσεων, η δημιουργία πινάκων, η δημιουργία κίνησης γραφημάτων μέσα από μερικές πολύ εύκολες ρυθμίσεις και πολλά άλλα. Χρησιμοποιείται κυρίως μέσα στην σχολική αίθουσα ως εργαλείο διδακτικής των μαθηματικών αλλά και άλλων θετικών επιστημών γενικότερα. Είναι ευρέως διαδεδομένο σε αρκετές χώρες όπως ο Καναδάς, οι ΗΠΑ, η Αυστραλία, η Κίνα, η Νότια Κορέα, Δανία, Εστονία κ.α. κάτι που φαίνεται και από τις συμμετοχές στο διεθνή διαγωνισμό Μαθηματικής Τέχνης που διοργανώνει το desmos από το 2020 και μετά. Ο συγκεκριμένος διαγωνισμός αναφέρεται σε μαθητές ηλικίας 13 ετών και πάνω και τα τεχνουργήματα των παιδιών είναι πραγματικά αριστουργήματα (desmos, 2023, [Global Math Art Contest](#)).

Το 2022 η έρευνα των Oktaviane και Ekawati σε σχολείο της Ινδονησίας χρησιμοποιήθηκε το desmos για τη διδασκαλία της έννοιας της Κλίσης στην αναλυτική γεωμετρία. Το ψηφιακό υλικό ήταν εμπλουτισμένο με επεξηγηματικά βίντεο, υποδείξεις, ασκήσεις, συνεχή ανατροφοδότηση και λύσεις των ασκήσεων και τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι οι περισσότεροι μαθητές που συμμετείχαν σε αυτό αισθάνθηκαν κίνητρο για **ενεργό συμμετοχή**. Η έρευνα έδειξε ότι η χρήση του desmos είναι κατάλληλη τόσο για εξ αποστάσεως όσο και για δια ζώσης διδασκαλία με μοναδικούς περιορισμούς την καλή σύνδεση στο διαδίκτυο και την πρόσβαση μόνο από υπολογιστή (φορητό ή desktop) (Oktaviane & Ekawati, 2022).

Οι Lethbridge, Lubin, Rayner και Sheffield (2020) στην πρώτη περίοδο της πανδημίας Covid-19 στην Αγγλία, προσπάθησαν να εφαρμόσουν ένα μοντέλο, μικτής εξ αποστάσεως, σύγχρονης και ασύγχρονης εκπαίδευσης, σε μαθητές που προετοιμάζονταν να δώσουν το εθνικό πιστοποιητικό δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης GCSE (General Certificate of Secondary Education) χρησιμοποιώντας το desmos, ως βασικό ψηφιακό εργαλείο διδασκαλίας των μαθηματικών. Ένα από τα αντικείμενα που διδάχθηκαν τα παιδιά στο συγκεκριμένο πρόγραμμα ήταν Λόγοι και Αναλογίες. Η έρευνα έδειξε ότι το desmos ήταν ένα εξαιρετικά αποτελεσματικό εργαλείο που **ενθάρρυνε τη συμμετοχή** των μαθητών. Οι συγγραφείς κατέληξαν ότι το εκπαιδευτικό υλικό που λειτούργησε καλύτερα ήταν οι δραστηριότητες ασύγχρονης μετάδοσης με αυτοματοποιημένες απαντήσεις και **ανατροφοδοτήσεις** αφού

δόθηκε χρόνος στους μαθητές να σκεφτούν και να λειτουργήσουν προσεχτικότερα. Η σταδιακή και τμηματική εξέλιξη του υλικού βελτίωσε τις απαντήσεις των μαθητών και **ενισχύθηκε η συνεργατική μάθηση**. Οι εκπαιδευτικοί αξιολογώντας το υλικό σχολίασαν με πολύ θετικό τρόπο την σημαντικότητα **αναπαράστασης** σε προβλήματα αναλογιών και τη **συνεχή ανατροφοδότηση** που παρείχε το υλικό (Lethbridge, Lubin, Rayner, & Sheffield, 2023).

Από την αναζήτησή μας στο desmos, για σχετικό υλικό στους λόγους και αναλογίες, βρήκαμε μία διδακτική ενότητα διάρκειας 30-45 λεπτών, αριθμητικής εξάσκησης ισοδύναμων λόγων. Η ενότητα είναι φτιαγμένη με διαδοχικές διαφάνειες ως παρουσίαση μαθήματος (ΠΜ) (Course Presentation). Σε κάθε διαφάνεια υπάρχει ένα διαδραστικό πρόβλημα και ο μαθητής έχει τη δυνατότητα να εισάγει αριθμητική απάντηση σε σχετικό πλαίσιο και να ελέγξει την απάντησή του στην αντίστοιχη δραστηριότητα ([desmos-balloon float-ratios](#)).

#### 2.4.5 **Mathigon** - (Ηνωμένο Βασίλειο)

Το Mathigon είναι ένα δωρεάν, ανοικτού κώδικα (open-source), ψηφιακό περιβάλλον εκμάθησης μαθηματικών προσανατολισμένο στην **επίλυση προβλημάτων** και την **κριτική σκέψη**, εμπλουτισμένο με πλούσιο διαδραστικό εκπαιδευτικό υλικό. Προτείνεται να χρησιμοποιηθεί από δασκάλους, συμπληρωματικά, με σκοπό να καλύψει κενά σε μαθητές ή για περαιτέρω μελέτη και εμπέδωση θεμάτων της σχολικής ύλης (Mathigon, 2022). Αναφέρεται σε ηλικίες από 6-12 ετών και χρησιμοποιείται από σχολεία στην Αγγλία και σε άλλες χώρες, μεταξύ άλλων η Φινλανδία και ο Καναδάς.

Η έρευνα των Ferreira και Mendes (2020) ασχολήθηκε με την **αλγοριθμική επίλυση προβλημάτων** (ΑΕΠ - Algorithmic Problem Solving APS) και τονίζει ότι τα εργαλεία που έχουν στη διάθεση τους οι δάσκαλοι στη συμβατική εκπαίδευση είναι συνήθως στατικά, υστερώντας στη δημιουργική και διαθεματική προσέγγιση της γνώσης (Ferreira & Mendes, 2020).

Οι συγγραφείς προτείνουν το Mathigon, για τη δημιουργία ενός ανοικτού κώδικα αποθετηρίου, εμπλουτισμένο με διαδραστικό περιεχόμενο και δραστηριότητες συνεργατικής μάθησης, απαραίτητες στην επίλυση προβλημάτων. Αξιολογήθηκαν δραστηριότητες ΑΕΠ με θετικά αποτελέσματα από τους μαθητές και συνίσταται η δημιουργία και χρήση ενός τέτοιου αποθετηρίου ως βοηθητικό εργαλείο στη στρατηγική επίλυσης προβλημάτων. Το εκπαιδευτικό υλικό προτείνουν οι συγγραφείς, να φιλοξενηθεί σε μία πλατφόρμα όπως το GitHub για να υπάρχει η δυνατότητα συνεργασίας της κοινότητας και προσαρμογής του υλικού στις ανάγκες των εκπαιδευόμενων. Η έρευνα καταλήγει ότι το Mathigon είναι ένα



κατάλληλο εργαλείο για τη δημιουργία διαδραστικού περιεχομένου που υποστηρίζει την **ενεργό μάθηση** και βοηθάει τους μαθητές στο να γίνουν **καλύτεροι "λύτες" προβλημάτων**. Από την αναζήτησή μας στο Mathigon για σχετικό υλικό με λόγους και αναλογίες ΣΤ' Δημοτικού, βρήκαμε ένα εκπαιδευτικό βίντεο για την παρουσίαση ισοδύναμων λόγων στη διπλή αριθμογραμμή ([Mathigon - Ισοδύναμοι λόγοι](#)) και μία δραστηριότητα για τους αριθμούς Φιμπονάτσι ([Mathigon - Φιμπονάτσι](#)). Οι δύο δραστηριότητες αυτές είναι προσανατολισμένες στις δεξιότητες επίλυσης προβλημάτων.

#### **2.4.6 Φωτόδεντρο - (Ελλάδα)**

Στην Ελλάδα υπάρχει το αποθετήριο Φωτόδεντρο του Υπουργείου Παιδείας, Έρευνας και Θρησκευμάτων για το Ψηφιακό Εκπαιδευτικό Περιεχόμενο της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, που ενώ μετράει πάνω από δέκα χρόνια λειτουργίας, δυστυχώς δεν έχει καταφέρει ακόμα να ενταχτεί πλήρως στην εκπαιδευτική διαδικασία.

Το Φωτόδεντρο είναι μία τεράστια και αχανής βάση δεδομένων που αποτελείται από 9000 μαθησιακά αντικείμενα, 1000 εκπαιδευτικά βίντεο, εκατοντάδες λογισμικά, 760 μαθησιακά αντικείμενα χρηστών και πολλές εκατοντάδες ανοικτές εκπαιδευτικές πρακτικές (Φωτόδεντρο, 2023). Χαρακτηριστικό της δύσκολης πλοήγησης και της μη κατηγοριοποίησης του υλικού, είναι ότι αν από την κεντρική σελίδα κάνεις απευθείας μετάβαση στα αποθετήρια θα οδηγηθείς στα έξι (6) βασικά αποθετήρια του Φωτόδεντρου, ενώ αν πάλι από την κεντρική σελίδα επιλέξεις να επισκεφτείς τα αποθετήρια από τον ιστότοπο του ψηφιακού σχολείου, βρίσκεσαι σε ένα καινούριο περιβάλλον με περισσότερα αποθετήρια (15) μερικά από τα οποία δεν υπάρχουν καν στα αποθετήρια της κεντρικής σελίδας.

Δυστυχώς ενώ πρόκειται για ένα μικρό θησαυροφυλάκιο γνώσης, δεν έχει καταφέρει ακόμα να οργανωθεί το υλικό σε μαθήματα, σε μία και μοναδική πλατφόρμα, έτσι ώστε να μπορεί ο μαθητής ή ο εκπαιδευτικός να κάνει αναζήτηση ανά βαθμίδα/τάξη/μάθημα/ενότητα. Μετά από αρκετό ψάξιμο καταλήξαμε στο αποθετήριο [Μικρότοπος](#) (για το Δημοτικό) που φαίνεται να ξεκινάει μία προσπάθεια οργάνωσης του υλικού ανά τάξη και μάθημα. Ακόμα και εδώ όμως όταν ένας μαθητής επισκεφτεί το μάθημα που τον ενδιαφέρει θα βρεθεί αντιμέτωπος με μία χαώδη βάση δεδομένων ψηφιακών δραστηριοτήτων. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αν ο μαθητής επισκεφτεί τα Μαθηματικά της ΣΤ' Δημοτικού θα βρεθεί αντιμέτωπος με 490 εκπαιδευτικές δραστηριότητες σε 82 σελίδες εκπαιδευτικού υλικού (Μικρότοπος, 2023, [Μαθηματικά ΣΤ' Δημοτικού](#)).

Από την αναζήτησή μας σε ένα γενικό αποθετήριο στο Φωτόδεντρο, για σχετικό υλικό πάνω στους λόγους και αναλογίες ΣΤ' Δημοτικού, βρήκαμε δραστηριότητες Geogebra που έχουν

ήδη ενταχθεί στα διαδραστικά σχολικά βιβλία, μία δραστηριότητα για την αναλογία της χρυσής τομής και μερικές δραστηριότητες που θα μπορούσαν να συμβάλουν στην **ενεργοποίηση των μαθητών** και την **κατανόηση** της έννοιας του λόγου. Η αναζήτησή μας σε άλλα αποθετήρια (Αίσωπος, ε-υλικό χρηστών, εκπαιδευτικά βίντεο) έφερε μηδέν αποτελέσματα.

#### **2.4.7 η-τάξη - (Ελλάδα)**

Η πλατφόρμα η-τάξη του Πανελλήνιου Σχολικού Δικτύου είναι επίσης ένα πολύ μεγάλο αποθετήριο με εκπαιδευτικό υλικό πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης όπου και εδώ δυστυχώς δεν υπάρχει ανοικτή πρόσβαση και κατηγοριοποίηση του εκπαιδευτικού υλικού ανά τάξη/μάθημα/ενότητα. Χαρακτηριστική είναι η κατηγοριοποίηση του εκπαιδευτικού υλικού στην κεντρική σελίδα, όπου η αναζήτηση μαθημάτων γίνεται ανά Νομό/Σχολείο.

Η μόνη περίοδος που εφαρμόστηκε θεσμοθετημένη ΕξΑΕ στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση στην Ελλάδα, ήταν με τη μορφή κατεπείγοντος την περίοδο της πανδημίας Covid (Αναστασιάδης, 2020). Η ΕξΑΕ στην Ελλάδα δεν έχει ενταχθεί ακόμα στο εκπαιδευτικό σύστημα στη σχολική εκπαίδευση. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι ενώ τα αποθετήρια που παρουσιάσαμε έχουν ένα τεράστιο όγκο εκπαιδευτικού υλικού, στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση δεν υπάρχει ούτε καν η δυνατότητα ενισχυτικής διδασκαλίας και κάλυψης της ύλης, για παιδιά που απουσιάζουν μόνιμα ή περιστασιακά από το σχολείο (Παπαφιλίππου κ.ά., 2016, Παπανικολάου, 2017, Παπανικολάου & Μανούσου, 2019).

Δυστυχώς ενώ υπάρχουν όλες οι προδιαγραφές και όλα τα απαραίτητα μέσα για να εφαρμοστεί ένα μοντέλο μικτής διδασκαλίας στην Ελλάδα, στην παρούσα φάση επαφίεται στην ελεύθερη βούληση και την προσωπική ενασχόληση, χωρίς αμοιβή, του εκάστοτε εκπαιδευτικού.



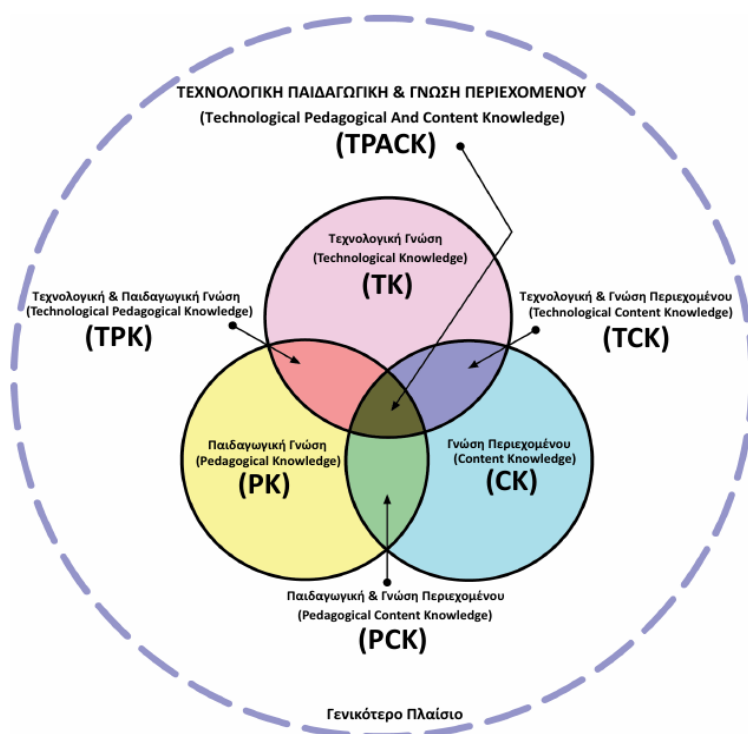
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### 3. Σχεδιασμός Εξ Αποστάσεως Εκπαιδευτικού Υλικού στα Μαθηματικά

#### 3.1 Το μοντέλο TPACK

Αδιαμφισβήτητα ο σχεδιασμός ενός μαθήματος ή μίας δράσης, είναι μία σύνθετη διαδικασία που απαιτεί την τομή εξειδικευμένων γνώσεων, λαμβάνοντας υπόψη τις συνθήκες και τα πλαίσια μέσα στα οποία διενεργείται η μάθηση (Koehler & Mishra, 2009). Η "διαδικασία" αυτή γίνεται ακόμη πιο σύνθετη στην περίπτωση σχεδιασμού ενός εξ αποστάσεως μαθήματος, καθώς οι αλληλεπιδράσεις των Παιδαγωγικών Αρχών, Αρχών Διδακτικής του Περιεχομένου που θέλουμε να διδάξουμε και της Τεχνολογίας, γίνονται πιο πολύπλοκες και αλληλοεξαρτώμενες.

Το μοντέλο TPACK (Technological Pedagogical And Content Knowledge - Τεχνολογική Παιδαγωγική και Γνώση Περιεχομένου) (Εικόνα 1) των Koehler και Mishra (2006), παριστάνει τις αλληλεπιδράσεις που συμβαίνουν μεταξύ των απαραίτητων γνωστικών αντικειμένων για το σχεδιασμό Εξ Αποστάσεως Εκπαιδευτικού Υλικού.



Εικόνα 1: Το μοντέλο TPACK των Koehler και Mishra (2006)

Σύμφωνα με το μοντέλο, τα τρία βασικά γνωστικά αντικείμενα που πρέπει να κατέχει ένας εκπαιδευτικός (ή ειδικός) για το σχεδιασμό εξ αποστάσεως υλικού είναι: Παιδαγωγική Γνώση, Γνώση Περιεχομένου και Τεχνολογική Γνώση. Εξίσου σημαντικές όμως είναι και οι αλληλεπιδράσεις που συμβαίνουν μεταξύ αυτών των γνωστικών αντικειμένων: Παιδαγωγική και Γνώση Περιεχομένου (PCK), Τεχνολογική και Παιδαγωγική Γνώση (TPK), Τεχνολογική και Γνώση Περιεχομένου (TCK). Η «χρυσή» τομή όλων, Τεχνολογική, Παιδαγωγική και Γνώση Περιεχομένου (TPACK) και το Γενικότερο Πλαίσιο μέσα στο οποίο διενεργούνται αυτές οι αλληλεπιδράσεις αποτελεί και το ζητούμενο του μοντέλου TPACK (Koehler & Mishra, 2009, Trpack Org, 2023).

- **Παιδαγωγική Γνώση (PK)** είναι η σχετική γνώση ως προς τις αρχές μάθησης και διδασκαλίας.
- **Γνώση Περιεχομένου (CK)** είναι οι γνώσεις που έχει ο εκπαιδευτικός (ή ειδικός) για το προς διδασκαλία αντικείμενο.
- **Τεχνολογική Γνώση (TK)** είναι οι ψηφιακές γνώσεις και οι γενικότερες γνώσεις Τεχνολογίας Πληροφορίας και Επικοινωνιών (ΤΠΕ).
- **Παιδαγωγική και Γνώση Περιεχομένου (PCK)** είναι οι διδακτικές αρχές του προς διδασκαλία αντικειμένου.
- **Τεχνολογική και Παιδαγωγική Γνώση (TPK)** είναι οι μεταβολές και οι επιδράσεις που συμβαίνουν στις αρχές μάθησης και διδασκαλίας με την χρήση των ΤΠΕ στην εκπαίδευση.
- **Τεχνολογική και Γνώση Περιεχομένου (TCK)** είναι η γνώση που έχει να κάνει με την τεχνολογία που είναι προσανατολισμένη στο γνωστικό αντικείμενο.
- **Τεχνολογική, Παιδαγωγική και Γνώση Περιεχομένου (TPACK)** είναι η «χρυσή τομή» όλων των παραπάνω περιεχομένων και αφορά τη νέα μορφή γνώσης που αναδύεται από τις μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις.
- **Γενικότερο Πλαίσιο** είναι το πλαίσιο που λαμβάνεται υπόψη μέσα στο οποίο διενεργείται μάθηση (Koehler & Mishra, 2009, Trpack Org, 2023).

## 3.2 Παιδαγωγική Γνώση

### 3.2.1 Αρχές μάθησης

- I. **Εποικοδομισμός - Κονστρουκτιβισμός (Constructivism):** Βαθιά ριζωμένη θεωρία στη γνωστική σχολή της ψυχολογίας και τις θεωρίες του Piaget. Το βασικό αξίωμα του εποικοδομισμού είναι ότι η γνώση επιτυγχάνεται οικοδομώντας ή αλλιώς

προσδίδοντας νόημα στα πράγματα που αντιλαμβανόμαστε ή σκεφτόμαστε (Van de Walle, 2005). Σύμφωνα με τον κονστρουκτιβισμό, η μάθηση είναι μια διαδικασία ενεργητικής κατασκευής νοήματος μέσω της ενσωμάτωσης νέων πληροφοριών και ιδεών με τις υπάρχουσες γνώσεις και εμπειρίες. Οι μαθητές συμμετέχουν σε δραστηριότητες όπως η εξερεύνηση, η ερώτηση, ο προβληματισμός και η επίλυση προβλημάτων για να κατανοήσουν τις νέες πληροφορίες και να τις συνδέσουν με τις προηγούμενες γνώσεις τους.

**II. Συμπεριφορισμός - Μπιχεβιορισμός (Behaviorism):** Ο συμπεριφορισμός θεωρείται γενικά μια παλαιότερη θεωρία σε σύγκριση με τον κονστρουκτιβισμό. Ο συμπεριφορισμός εμφανίστηκε ως κυρίαρχη ψυχολογική θεωρία στις αρχές του 20ου αιώνα, ιδιαίτερα συνδεδεμένη με το έργο Αμερικανών ψυχολόγων όπως ο John B. Watson και ο B.F. Skinner. Σύμφωνα με τους θεωρητικούς της συγκεκριμένης αρχής, η μάθηση είναι αποτέλεσμα των εξωτερικών ερεθισμάτων που προέρχονται από το περιβάλλον και την αντίδραση του ανθρώπινου εγκεφάλου. Η μάθηση είναι μια διαδικασία απόκτησης νέων συμπεριφορών μέσω προσαρμογής, είτε μέσω κλασικής προσαρμογής (σύνδεση των ερεθισμάτων με τις αποκρίσεις) είτε μέσω λειτουργικής προσαρμογής (συσχέτιση συμπεριφορών με συνέπειες).

**III. Κοινωνικοπολιτισμικές θεωρίες μάθησης:** Σύμφωνα με τα διάφορα μοντέλα κοινωνικοπολιτισμικής μάθησης, η μάθηση είναι αποτέλεσμα των κοινωνικών αλληλεπιδράσεων και παρατήρησης των άλλων. Ο Vygotsky τόνισε το ρόλο της γλώσσας στη μαθησιακή διαδικασία και εισήγαγε την έννοια της «Ζώνης Επικείμενης Ανάπτυξης» η οποία αναφέρεται στο χάσμα του τι μπορεί να κάνει ένας μαθητής ανεξάρτητα και τι μπορεί να πετύχει μέσω της καθοδηγούμενης μάθησης και υποστήριξης. Οι Jean Lave και Étienne Wenger (1991) διατύπωσαν την θεωρία της εγκατεστημένης μάθησης (situated learning) υποστηρίζοντας ότι η μάθηση περιλαμβάνει μια διαδικασία περιφερειακής συμμετοχής σε «κοινότητες πρακτικής» είτε στο σπίτι, είτε στην εργασία, είτε σε μία εκπαιδευτική κοινότητα.

Κάθε θεωρία παρέχει μία προοπτική για το πώς μαθαίνουμε και πώς επιτυγχάνεται η γνώση. Δεν σημαίνει απαραίτητα όμως ότι όλες οι θεωρίες είναι εφαρμόσιμες σε κάθε μαθητή και για κάθε γνωστικό αντικείμενο. Οι θεωρίες που αναπτύσσονται για το πώς μαθαίνουμε είναι πολλές και με ποικίλες αρχές, χωρίς όμως να είναι αμοιβαία αποκλειόμενες και ανεξάρτητες. Όλες οι θεωρίες έχουν επηρεάσει τις εκπαιδευτικές πρακτικές με το δικό τους τρόπο αλλά στην πραγματικότητα, οι διδακτικές προσεγγίσεις και οι στρατηγικές μάθησης βασίζονται σε συνδυασμό των παραπάνω αρχών δημιουργώντας αποτελεσματικότερα περιβάλλοντα μάθησης.

### 3.2.2 Αρχές Διδασκαλίας

Ο Glasser W. αναφέρει ότι **μαθαίνουμε** το 10% από αυτό που διαβάζουμε, το 20% από αυτό που ακούμε, το 30% από αυτό που βλέπουμε, το 50% από αυτό που ακούμε και βλέπουμε, το 70% από αυτό που συζητάμε με άλλους, το 80% από αυτό που δοκιμάζουμε προσωπικά και το 95% από αυτό που **μπορούμε να διδάξουμε** σε κάποιον άλλο (Κολέζα, 2009).

Σύμφωνα με τον Van de Walle (2005) για να υπάρχει **αποτελεσματική διδασκαλία** οι διδάσκοντες πρέπει να :

- Να κατανοούν σε βάθος αυτό που διδάσκουν.
- Να κατανοούν πως μαθαίνουν τα παιδιά (επίγνωση της προόδου των μαθητών).
- Να επιλέγουν δραστηριότητες και στρατηγικές που ενισχύουν τη μάθηση.

Η διδακτική των μαθηματικών εκτός από επιστήμη είναι σίγουρα μία «τέχνη» όπου ο εκπαιδευτικός καλείται να μπορεί να διδάξει:

- κοντά στη ζωή
- στα μέτρα του μαθητή χωρίς να ξεπερνά τις δυνατότητές του και χωρίς να βρίσκεται χαμηλότερα από αυτές
- από το απλό στο σύνθετο
- από το κοινό στο απομακρυσμένο
- από το γνωστό στο άγνωστο
- από το εύκολο στο δύσκολο
- από το συγκεκριμένο στο αφηρημένο
- εποπτικά (από την παρατήρηση περνάμε στο μαθηματικό μοντέλο)
- για να εξελιχθεί ο μαθητής (επιδιώκοντας την ενεργητική αντιπαράθεση του μαθητή με το αντικείμενο)
- προκαλώντας το ενδιαφέρον
- έχοντας ως αρχή ότι δεν είναι όλοι οι μαθητές ίδιοι (Παπαμαστοράκης, 2001).

### 3.3 Γνώση Περιεχομένου – Μαθηματικά ΣΤ' Δημοτικού - Λόγοι και Αναλογίες

Στην «Ευδήμεια περίληψη» της ιστορίας της γεωμετρίας του Πρόκλου, αναφέρεται ο Πυθαγόρας, ως ο πρώτος που διατύπωσε θεωρία για λόγους και αναλογίες. Οι Πυθαγόρειοι είχαν επεξεργασθεί τις διάφορες δυνατές μορφές της ισότητας δύο λόγων και πιο συγκεκριμένα ήταν γνωστοί τρεις τύποι αναλογιών: του αριθμητικού μέσου, που δίνεται από

την αναλογία  $\frac{\alpha+\gamma}{2}=\beta$ , του γεωμετρικού μέσου,  $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\beta}{\gamma}$  και του αρμονικού μέσου της

αναλογίας  $\frac{\alpha-\beta}{\alpha} = \frac{\beta-\gamma}{\gamma}$ . Αν και στην ουσία η σχέση που συνδέει δύο αριθμούς με τον οποιοδήποτε είδους μέσο όρο τους είχε αποκληθεί «αναλογία», την εποχή των Πυθαγορείων πραγματική «αναλογία» θεωρείτο μόνο η γεωμετρική  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta}{\gamma}$  (Κώνστας, 1978).

Στα σχολικά βιβλία της ΣΤ' Δημοτικού και Α' Γυμνασίου Αναλογία ονομάζεται η ισότητα δύο λόγων:  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ . Επομένως για να κατανοήσει κάποιος την έννοια της αναλογίας είναι σημαντικό να έχει κατανοήσει πρώτα την έννοια του λόγου. Για τη διδασκαλία των λόγων και των αναλογιών στο δημοτικό ο δάσκαλος πρέπει να έχει μία ολιστική και βαθιά κατανόηση των εννοιών πριν «αντιμετωπίσει» τους μαθητές του (Nagar, Weiland, Orrill, & Burke, 2015). Σχετικά με τη γνώση περιεχομένου η πλέον συνήθης διάκριση είναι μεταξύ εννοιολογικής και διαδικαστικής γνώσης (Κολέζα, 2009).

### 3.3.1 Εννοιολογική Γνώση

Η έννοια του λόγου είναι μία αρκετά σύνθετη έννοια όπου στο σχολικό βιβλίο της ΣΤ' Δημοτικού ορίζεται ως "το αποτέλεσμα της σύγκρισης δύο μεγεθών", στην Α' Γυμνασίου η έννοια του λόγου αποκτά την πιο αφηρημένη έννοια "της σύγκρισης δύο αριθμών" και τέλος στη Β' Λυκείου τη γεωμετρική έννοια της "σύγκρισης δύο ευθύγραμμων τμημάτων". Σημαντικά σημεία στην έννοια του λόγου:

- Χρησιμοποιούμε τους λόγους για να συγκρίνουμε μεγέθη.
- Η σύγκριση αυτή είναι πολλαπλασιαστική και όχι αθροιστική.
- Μας ενδιαφέρει η σειρά.
- Ο λόγος διαφέρει εννοιολογικά με το κλάσμα. Χρησιμοποιούμε τους λόγους για να συγκρίνουμε είτε Μέρος:Μέρος είτε Μέρος:Όλο. Στη δεύτερη περίπτωση ο λόγος αποκτά την έννοια του κλάσματος (Lamon, 2007, Nagar, Weiland, Orrill, & Burke, 2015, Κολέζα, 2020).

Σημαντικά σημεία στην έννοια της αναλογίας:

- Η αναλογία είναι σχέση ισότητας.
- Στις αναλογίες διατηρούνται οι σχέσεις των συγκρινόμενων μεγεθών. Σε μία αναλογία η σχέση που εκφράζεται από τον ένα λόγο θα εκφράζεται και από τον άλλο λόγο.
- Οι αναλογίες έχουν ιδιότητες.
- Η αναλογία είναι μία γραμμική σχέση.

- Δεν είναι όλες οι αριθμητικές σχέσεις γραμμικές (Lamon, 2007, Nagar, Weiland, Orrill, & Burke, 2015, Κολέζα, 2020).

### 3.3.2 Διαδικαστική γνώση

Απαραίτητη διαδικαστική γνώση για τη διδασκαλία των λόγων και αναλογιών:

- Τυπική Μαθηματική γλώσσα (συμβολισμός, ανάγνωση, γραφή λόγων και αναλογιών). Ένα πολύ σημαντικό σημείο που κρίνεται απαραίτητη προσοχή στη διδασκαλία των λόγων και αναλογιών είναι η διατήρηση της «γλώσσας» των εννοιών. Για παράδειγμα ο λόγος  $\frac{a}{b}$  διαβάζεται «α προς β» και δεν διαβάζεται όπως το αντίστοιχο κλάσμα «α διά β» (Nagar, Weiland, Orrill, & Burke, 2015).
- Αλγόριθμοι αριθμητικών πράξεων, όχι μόνο στην απλή περίπτωση πολλαπλασιασμών και διαιρέσεων, απλοποίησης λόγων και ισοδύναμων λόγων.
- Επίλυση προβλημάτων.

Η διδασκαλία των αναλογικών σχέσεων περιλαμβάνει και προετοιμάζει τη γνώση για πολύ περισσότερα αντικείμενα από την απλή αριθμητική ισότητα δύο λόγων. Οι αναλογίες προετοιμάζουν τους μαθητές για τη γραμμική συνάρτηση  $y = kx$ , την έννοια του ρυθμού μεταβολής, του λόγου ευθύγραμμων τμημάτων, την ομοιότητα στη Γεωμετρικά αλλά και την εφαρμογή τους στην επίλυση προβλημάτων, σε στατιστικά προβλήματα αναπαράστασης δεδομένων και σε πολλά πεδία ακόμα άλλων επιστημών και τεχνολογίας (NCTM, 2000, ΙΕΠ, 2021).

## 3.4 Παιδαγωγική και Γνώση Περιεχομένου

Η Κολέζα (2009) ορίζει ως παιδαγωγική γνώση περιεχομένου τη γνώση αποτελεσματικής αναπαράστασης και διατύπωσης του προς διδασκαλία αντικειμένου, λαμβάνοντας υπόψη τις δυσκολίες του περιεχομένου, τα ενδιαφέροντα των μαθητών, την προϋπάρχουσα γνώση και το γνωστικό επίπεδο της ομάδας, τις μαθησιακές δυσκολίες και τα τυπικά λάθη που αναμένονται καθώς και στρατηγικές αντιμετώπισής τους (Κολέζα, 2009).

### 3.4.1 Διδακτική των Μαθηματικών στους Λόγους και τις Αναλογίες ΣΤ' Δημοτικού

Η κατάκτηση της μαθηματικής γνώσης περνάει μέσα από πέντε σημαντικές διαδικασίες:

1. Της οικοδόμησης της γνώσης μέσα από την **Επίλυση Προβλημάτων**.
2. Της «τάξης του νου» (χωρίς να περιορίζεται η φαντασία και η δημιουργικότητα) μέσω **Συλλογιστικής και Αποδείξεων** για την ανάπτυξη αιτιολόγησης, υπεράσπισης ιδεών και απόψεων με λογικά επιχειρήματα.

### 3. Της Επικοινωνίας

4. Των **Συσχετισμών** είτε εννοιών (οικοδόμηση νέων ιδεών πάνω σε άλλες) είτε συνδέσεων των μαθηματικών με τον πραγματικό κόσμο.

5. Της **Αναπαράστασης** (NCTM, 2000, Van de Walle, 2005)

Σύμφωνα με τον Piaget η εξέλιξη των παιδιών είναι σταδιακή. Όλα τα παιδιά περνούν από όλα τα στάδια όχι όμως το ίδιο γρήγορα. Κάθε στάδιο ενσωματώνει το προηγούμενό του στάδιο. Η οριοθέτηση γίνεται με βάση τις ικανότητες που έχουν αποκτήσει τα παιδιά και τα όρια που θέτουν οι ικανότητες αυτές. Τα στάδια αυτά είναι :

- Το αισθησιοκινητικό στάδιο (μέχρι 1,5 ετών)
- Το προσυλλογιστικό στάδιο (1,5 - 7 ετών)
- Το στάδιο των συγκεκριμένων ενεργημάτων (συγκεκριμένης λογικής σκέψης) (από 7 - 11 ή 12 ετών)
- Το στάδιο των αφηρημένων-τυπικών ενεργημάτων (στάδιο λογικής σκέψης) (από 11, 12 ετών και πάνω).

Ως **αναλογική συλλογιστική** θα μπορούσαμε να ορίσουμε την ικανότητα που περιλαμβάνει τις πολλαπλασιαστικές σχέσεις εννοιών και τη σύνδεση τους μέσω τυπικής σκέψης στην επίλυση προβλημάτων (Misnasanti, Utami & Suwanto 2017). Η αναλογική συλλογιστική σύμφωνα με τον Piaget αναπτύσσεται μόλις στο στάδιο των αφηρημένων ενεργημάτων κάτι που καθιστά αρκετά δύσκολη την κατανόησή τους για παιδιά ΣΤ' Δημοτικού αφού ακριβώς σε εκείνο το ηλικιακό στάδιο, η σκέψη τους μετατρέπεται από συγκεκριμένη λογική σε αφηρημένη-τυπική λογική σκέψη. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελέσματα γραπτής έρευνας που έγινε σε μαθητές Α' Γυμνασίου στην Ελλάδα. Ζητήθηκε από τους μαθητές να προβλέψουν πιο μίγμα θα είναι πιο ξινό αν αναμείξουμε α ποσότητα λεμονιού με β ποσότητα ζάχαρης ή αναμείξουμε γ ποσότητα λεμονιού με δ ποσότητα ζάχαρης. Στη μελέτη δόθηκαν περισσότερες ασκήσεις με διαφορετικά νούμερα έτσι ώστε τα διάφορα πηλίκια  $\frac{\alpha}{\beta}$  ή  $\frac{\alpha}{\gamma}$  να

είναι ακέραιος ή κλασματικός αριθμός. Το ποσοστό επιτυχίας κυμάνθηκε στο 38% όταν οι αριθμοί ήταν εύκολοι και μόλις στο 1% όταν οι αριθμοί ήταν πιο δύσκολοι. Τα συχνότερα λάθη που παρουσιάζονται είναι α) ότι τα παιδιά συγκρίνουν απλά την ποσότητα μόνο του λεμονιού ή μόνο της ζάχαρης και β) συγκρίνουν τα αθροίσματα ή τις διαφορές λεμονιού - ζάχαρης στα δύο μίγματα (Παπαμαστοράκης, 2001).

Ως προς τη θεματική των αριθμών και πράξεων (κατανόησή των αριθμών, τρόπους αναπαράστασής, σχέσεις των αριθμών και αριθμητικά συστήματα) οι μαθητές πρέπει να κατανοήσουν και να μπορούν να κάνουν χρήση λόγων και αναλογιών στη σύγκριση ποσοτικών σχέσεων. Η διδασκαλία των αναλογιών πρέπει να περιλαμβάνει μεθόδους που

να καλλιεργούν τη διαίσθηση και την ενόραση (NCTS, 2000). Πριν τη διδασκαλία των αναλογιών είναι σημαντικό οι μαθητές να εξασκηθούν στο να βρίσκουν τη **σχέση δύο αριθμών** όχι μόνο στην απλή περίπτωση πολλαπλασιασμών και διαιρέσεων ( $3 \times 5 = 15$ ) αλλά και στη γενικότερη περίπτωση ( $3 \times \dots = 14$ ) γράφοντας το αποτέλεσμα ( $4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$ ) σε κλασματική μορφή και όχι σε δεκαδική (Κολέζα, 2022).

Η **επίλυση προβλημάτων** αναλογιών βοηθάει τους μαθητές να αναπτύξουν κριτική σκέψη και μέσα από διερεύνηση και ανάλυση, να μπορούν να εξηγήσουν τα βήματα που ακολούθησαν και έφτασαν στη λύση (Misnasanti, Utami & Suwanto 2017). Για παράδειγμα στο πρόβλημα: «ένα καλάθι με 40 φρούτα έχει 24 πορτοκάλια, πόσα πορτοκάλια έχει ένα καλάθι με 50 φρούτα;» υπάρχουν τουλάχιστον τρεις αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης που μπορεί να σκεφτεί ένας μαθητής και καλό είναι να μπορεί να εξηγήσει. Προσεγγιστικά (το 24 είναι λίγο πάνω από τη μέση του 40 το ζητούμενο θα είναι πάνω από το μισό του 50, δηλαδή μεγαλύτερο του 25 και με δοκιμές των λόγων  $26/50$ ,  $27/50$  ... βρίσκει το λόγο  $30/50$  που είναι ισοδύναμος με το  $24/40$ ), με απλοποίηση (το  $24/40$  απλοποιείται σε  $6/10$  και στη συνέχεια ψάχνει να δει με τι χρειάζεται να πολλαπλασιάσει το 10 για να πάει στο 50), με "χιαστί επίλυση" ( $\frac{24}{40} = \frac{x}{50}$ ) (Κολέζα, 2020).

Η επιλογή κατάλληλων προβλημάτων και η **σύνδεση τους με την πραγματικότητα** μπορεί να είναι καίριας σημασίας στην εμπέδωση και κατανόηση βαθύτερων μαθηματικών εννοιών. Επίσης πολύ σημαντική είναι η οπτικοποίηση και η χρήση τρόπων **αναπαράστασης** στην επίλυση προβλημάτων. Σε προβλήματα που η πολλαπλασιαστική σχέση των συγκρινόμενων μεγεθών είναι λιγότερο διακριτή, η αναπαράσταση με τη χρήση διπλής αριθμογραμμής ή με διάγραμμα ταινίας μπορεί να βοηθήσει την κατανόηση και τη μετέπειτα επίλυση δυσκολότερων προβλημάτων με ποσοστά (Κολέζα, 2020).

### 3.5 Τεχνολογική Γνώση

Με τη ραγδαία εξέλιξη της τεχνολογίας, το να προσπαθήσει κάποιος να δώσει έναν ορισμό ως προς τις απαραίτητες γνώσεις που πρέπει να κατέχει ο σύγχρονος επαγγελματίας, και κατ' επέκταση ο εκπαιδευτικός ή ειδικός σχεδιασμού ψηφιακού εκπαιδευτικού υλικού, είναι πολύ δύσκολο. Ένας τέτοιος ορισμός κινδυνεύει να είναι αναχρονιστικός ακόμα και μέχρι τη δημοσίευση της παρούσας εργασίας. Σε ένα γενικότερο λοιπόν πλαίσιο η Τεχνολογική Γνώση θα μπορούσαμε να πούμε ότι εκτός από τις απαραίτητες ψηφιακές δεξιότητες που πρέπει να κατέχει κάποιος, περιλαμβάνει μία βαθύτερη κατανόηση της παραγωγικής ένταξης των τεχνολογιών στην εργασία ή στην καθημερινή ζωή για την επίτευξη στόχων, την



κατανόηση του πότε και πως η τεχνολογία μπορεί να βοηθήσει ή να εμποδίσει την επίτευξη αυτών των στόχων και μία συνεχή ενημέρωση και προσαρμογή στις αλλαγές της τεχνολογίας (Koehler & Mishra, 2009).

Σύμφωνα με το EUR-Lex (2006) η ψηφιακή ικανότητα περιλαμβάνει τη χρήση της Τεχνολογίας της κοινωνίας της πληροφορίας (ΤΚΠ) για την εργασία, τη ψυχαγωγία και την επικοινωνία, με αυτοπεποίθηση και κριτικό πνεύμα. Υποστηρίζεται από τις βασικές δεξιότητες ΤΠΕ: χρήση Η/Υ για την ανάκτηση, την αξιολόγηση, την αποθήκευση, την παραγωγή, την παρουσίαση και την ανταλλαγή πληροφοριών και για την επικοινωνία και τη συμμετοχή σε δίκτυα συνεργασίας μέσω του Διαδικτύου. Η χρήση της ΤΚΠ απαιτεί κριτική και αναστοχαστική συμπεριφορά έναντι των διαθέσιμων πληροφοριών και υπεύθυνη χρήση των διαδραστικών μέσων. Η ικανότητα αυτή υποστηρίζεται επίσης από το ενδιαφέρον συμμετοχής σε κοινότητες και δίκτυα για πολιτιστικούς, κοινωνικούς ή/και επαγγελματικούς σκοπούς (EUR-Lex 2006).

### **3.5.1 Ψηφιακά Μέσα προσανατολισμένα στην εκπαίδευση**

#### **3.5.1.1 Κατηγοριοποίηση Ψηφιακών Μέσων**

Οι Λιοναράκης κ.α. (2018) κάνουν την παρακάτω κατηγοριοποίηση των ψηφιακών εργαλείων για την υποστήριξη της εκπαιδευτικής διαδικασίας, ανάλογα με τις λειτουργίες και το ρόλο που επιτελούν:

- Ψηφιακά εργαλεία για την παρουσίαση εκπαιδευτικού περιεχομένου (συστήματα διαχείρισης μάθησης, εργαλεία για τη διαχείριση ψηφιακού περιεχομένου - authoring tools, βίντεο, podcasts κ.α.)
- Ψηφιακά εργαλεία για τη διαχείριση της ηλεκτρονικής τάξης (συστήματα διαχείρισης μάθησης, συστήματα διαχείρισης περιεχομένου (ΣΔΠ), συστήματα διαχείρισης μάθησης περιεχομένου (ΣΔΜΠ))
- Ψηφιακά εργαλεία για τη διεξαγωγή τηλεδιάσκεψης
- Ψηφιακά εργαλεία συνεργατικής μάθησης
- Ψηφιακά εργαλεία αναζήτησης, εύρεσης και οργάνωσης επιστημονικών πηγών
- Ψηφιακά εργαλεία εξατομικευμένης μάθησης (Λιοναράκης κ.ά. 2018).

#### **3.5.1.2 Συστήματα Διαχείρισης Μάθησης (ΣΔΜ) (Learning Management System – LMS)**

Σύστημα Διαχείρισης Μάθησης (ΣΔΜ) είναι ένα Web-based λογισμικό που μέσα από ένα περιβάλλον εργασίας, παρέχει πληροφορίες για χρήστες, μαθήματα και περιεχόμενο (Σοφός

κ.ά., 2015, Kasim & Khalid, 2016). Επομένως ο χρήστης δεν χρειάζεται να εγκαταστήσει τοπικά, στον υπολογιστή του, κάποιο άλλο πρόγραμμα, αλλά έχει πρόσβαση μέσω οποιουδήποτε φυλλομετρητή (ιστού), από οποιοδήποτε λειτουργικό σύστημα. Από τον σχεδιασμό τους λοιπόν και μόνο, τα ΣΔΜ μπορούν να εξασφαλίσουν την εύκολη και αμερόληπτη πρόσβαση για όλους τους εκπαιδευόμενους, με μεγάλη ευελιξία ως προς τον χρόνο, τον τόπο και το ρυθμό που διενεργείται η μάθηση (Μαυροειδής, Γκιόσος, Κουτσούμπα 2014, Adzharuddin, 2013).

Ουσιαστικά υπάρχουν δύο κατηγορίες ΣΔΜ: ανοιχτού κώδικα (open source) και εμπορικά (commercial). Μερικά ΣΔΜ ανοιχτού κώδικα είναι τα Open eClass, Moodle, Chamilo κ.ά. και γνωστά εμπορικά προϊόντα (με άδεια χρήσης) είναι τα Blackboard, Edmodo, Teams κ.ά. Στα ανοιχτού κώδικα ΣΔΜ υπάρχει μεγαλύτερη ευελιξία, επεκτασιμότητα και δυνατότητες προσαρμογής στις ανάγκες του χρήστη, για αυτόν τον λόγο προτιμώνται σε σχολεία ή πανεπιστήμια (Σοφός κ.ά., 2015, Kehrwald & Parker, 2019, Bradley, 2021). Μάλιστα, για να καλυφθεί το κενό που μπορεί να υπάρχει ανάμεσα στην “πραγματική τάξη”, από τα πολλά εργαλεία που μπορεί να προσφέρει ένα ΣΔΜ σε μία “εικονική τάξη”, απαραίτητη προϋπόθεση είναι ο σχεδιασμός τους, να είναι οικείος και προσαρμόσιμος στις ανάγκες του εκπαιδευόμενου (Adzharuddin, 2013). Επομένως, το σημαντικό δεν είναι να προστίθενται απλώς εργαλεία στα ΣΔΜ, αλλά να λειτουργεί συνδυαστικά σε ένα συνεκτικό πλαίσιο και γι’ αυτό είναι αναγκαίος ένας εστιασμένος παιδαγωγικός σχεδιασμός, ώστε να παρέχονται ποικίλες δυνατότητες ενεργής εμπλοκής του εκπαιδευόμενου με το μαθησιακό αντικείμενο (Σοφός κ.ά., 2015). Σε ένα ανοιχτού κώδικα ΣΔΜ, οι προγραμματιστές/διαχειριστές αλλά και οι ίδιοι οι εκπαιδευτές, μπορούν να επεκτείνουν τις λειτουργίες του συστήματος και να το προσαρμόσουν στις ανάγκες του εκάστοτε εκπαιδευτικού ιδρύματος, χρησιμοποιώντας εργαλεία της διεθνούς κοινότητας που συνεχώς βελτιώνει και υποστηρίζει τον κώδικα (Σοφός κ.ά., 2015, Kehrwald & Parker, 2019, Bradley, 2021). Σήμερα, τα περισσότερα ΣΔΜ ανοιχτού κώδικα, προσανατολίζονται σε έναν περισσότερο, μαθητοκεντρικό χαρακτήρα, με πολλές δυνατότητες επικοινωνίας και διαχείρισης, με σκοπό την αυτό-ρύθμιση και αυτονομία του εκπαιδευόμενου (Kehrwald & Parker, 2019).

Τα ΣΔΜ ανήκουν στην κατηγορία των ψηφιακών εργαλείων, που χρησιμοποιούνται είτε για την παρουσίαση περιεχομένου είτε για τη διαχείριση μίας “ηλεκτρονικής τάξης” (Λιοναράκης, 2018) και αυτό που τα διαφοροποιεί, από την ευρύτερη κατηγορία των Συστημάτων Διαχείρισης Περιεχομένου (ΣΔΠ- Content Management System CMS), είναι ότι η χρήση τους είναι προσανατολισμένη στην δικτυακή μάθηση (Σοφός κ.ά. 2015). Σύμφωνα με τον Ninoriya κ.ά. (2011, όπ. αναφ. στο Σοφός κ.ά., 2015) αν και υπάρχει μία διάκριση μεταξύ των Συστημάτων Διαχείρισης Μάθησης (ΣΔΜ) με τα Συστήματα

Διαχείρισης Μάθησης Περιεχομένου (ΣΔΜΠ), ο διαχωρισμός αυτός, τείνει να εκλείψει πλέον, αφού παρατηρείται μία αλληλοκάλυψη των μεταξύ τους διαφορών. Οι αρχές λειτουργίας, λοιπόν, ενός ολοκληρωμένου ΣΔΜ, πρέπει να είναι συνυφασμένες με τις βασικές δραστηριότητες της εξ αποστάσεως μάθησης και συνοψίζονται στις εξής:

- Λειτουργίες **Δημιουργίας, Οργάνωσης και Παράδοσης** εκπαιδευτικού υλικού.
- Λειτουργίες **Επικοινωνίας και Συνεργασίας** (σύγχρονη και ασύγχρονη)
- Λειτουργίες **Αξιολόγησης** των μαθησιακών στόχων (Σοφός κ.ά. 2015).

Τα λειτουργικά χαρακτηριστικά διαφέρουν τώρα από σύστημα σε σύστημα και για αυτόν το λόγο, τα κριτήρια αξιολόγησης και η επιλογή ενός ΣΔΜ χρήζει προσεχτικής μελέτης. Οι αλληλεπιδράσεις που συμβαίνουν μεταξύ των χρηστών είναι κρίσιμα σημαντικές για το μαθησιακό αποτέλεσμα. Τα βασικά κριτήρια επιλογής κατάλληλου ΣΔΜ συνοψίζονται: α) στην ευχρηστία του ΣΔΜ από την πλευρά του εκπαιδευόμενου, β) στην ευχρηστία του ΣΔΜ από την πλευρά του εκπαιδευτή, γ) στην ευχρηστία ως προς τις αλληλεπιδράσεις που διενεργούνται και δ) συμβατότητες (Θεοδωράκης, Μαραγκάκη, & Δασκαλάκης, 2014).

Υπάρχουν πολλές μελέτες στην Ελλάδα σχετικά με την παιδαγωγική αξιοποίηση και αξιολόγηση των μαθησιακών αποτελεσμάτων των ΣΔΜ, είτε σύγχρονα, είτε ασύγχρονα, είτε συνδυαστικά, σε όλες τις βαθμίδες εκπαίδευσης, με πολύ ενθαρρυντικά αποτελέσματα ως προς τη συνεργατική μάθηση, τον διάλογο, την αλληλεπίδραση, την ενεργό συμμετοχή, την καλλιέργεια γνωστικών δεξιοτήτων και επιδόσεων, την αυτοπεποίθηση καθώς και τη στάση των μαθητών απέναντι σε ένα γνωστικό αντικείμενο (Αναστασιάδης, 2014, Παπανικολάου, & Μανούσου, 2019, Κουτρομάνος κ.ά., 2015, Παπαφιλίππου κ.ά., 2016).

Τα Συστήματα Διαχείρισης Μάθησης μπορούν να αποτελέσουν βασικό υποστηρικτικό εργαλείο της συμβατικής εκπαίδευσης, λειτουργώντας επικουρικά, προς ένα πολυμορφικό, μικτό και συνδυαστικό πρόγραμμα εκπαίδευσης. Η ευελιξία στη πρόσβαση και τη διαχείριση, η αλληλεπίδραση και η επικοινωνία και η κοινωνική παρουσία, είναι βασικά χαρακτηριστικά των ΣΔΜ που συνάδουν με το παιδαγωγικό ιδεώδες της ΕξΑΕ και ακολουθούν το μοντέλο μάθησης του εποικοδομισμού, της καθοδηγούμενης ανακάλυψης ή φθίνουσας καθοδήγησης (Θεοδωράκης κ.ά, 2014). Τα ΣΔΜ μπορούν να βοηθήσουν ουσιαστικά στη δημιουργία ενός συμπληρωματικού εξ αποστάσεως προγράμματος σπουδών, στη σχολική εκπαίδευση σε όλες τις βαθμίδες, με σκοπό την ουσιαστική μάθηση, αλλά και την προσαρμογή των εκπαιδευόμενων στην εποχή της πληροφορίας (Bradley, 2021, Kehrwald & Parker, 2019).

### 3.5.1.3 H5P

Αν και τα περισσότερα ΣΔΜ είναι προσεχτικά σχεδιασμένα, παρουσιάζουν ελλείψεις που έχουν να κάνουν περισσότερο με την εμπειρία του χρήστη αλλά και ως προς τις ειδικές ανάγκες που πρέπει να περιέχει ένα περιβάλλον μάθησης για τη διδασκαλία ενός συγκεκριμένου αντικειμένου (π.χ. των μαθηματικών). Για αυτό το λόγο υπάρχουν πλέον ειδικά σχεδιασμένα εργαλεία που βοηθάνε στην ενσωμάτωση αντίστοιχου εκπαιδευτικού υλικού στα περισσότερα ΣΔΜ (Mundt & Hartman, 2016).

Το H5P μπορεί να καταλύσει όλα αυτά τα εμπόδια διευκολύνοντας εκπαιδευτικούς και επαγγελματίες να εντάξουν εύκολα διαδραστικό περιεχόμενο στην εκπαιδευτική διαδικασία. H5P (HTML5 package) είναι ένα ανοιχτού κώδικα εργαλείο διαχείρισης και παρουσίασης διαδραστικού περιεχομένου, που αναπτύσσεται και βελτιώνεται συνεχώς από τη διεθνή κοινότητα. Το έναυσμα για τη δημιουργία του προγράμματος ήταν τα προβλήματα που υπήρχαν στη δημιουργία, διαμοίραση και επαναχρησιμοποίηση διαδραστικού περιεχομένου όσον αφορά τα δικαιώματα πνευματικής χρήσης, τεχνικά ζητήματα και ασυμβατότητες που υπήρχαν μεταξύ διαφορετικών τύπων αρχείων και την ένταξή τους στα επί μέρους ΣΔΜ. (h5p.org, 2023).

### 3.6 Τεχνολογική και Γνώση Περιεχομένου

Η Τεχνολογική και Γνώση Περιεχομένου δεν περιορίζεται μόνο στη γνώση χρήσης λογισμικού για τη διδασκαλία ενός γνωστικού αντικειμένου. Η Τεχνολογική και Γνώση Περιεχομένου αφορά την κατανόηση του τρόπου με την οποία η τεχνολογία αλληλεπιδρά με το προς διδασκαλία αντικείμενο και πως μπορεί να επηρεάσει θετικά ή αρνητικά τη μαθησιακή διαδικασία (Koehler and Mishra 2009).

#### 3.6.1 Αρχές Skinner μάθησης στα μαθηματικά μέσω Η/Υ

Ο B.F. Skinner (1968) στο βιβλίο του "Η Τεχνολογία της Διδασκαλίας" (The Technology of Teaching) διερεύνησε τη χρήση «μηχανών» στη διδασκαλία, μέσω καθοδηγούμενης μάθησης, χρησιμοποιώντας συμπεριφοριστικές τεχνικές για την ενίσχυση της μάθησης και τονίζει τη σημαντικότητα:

- **της Θετικής Ενίσχυσης και Επιβράβευσης :** Ο Skinner δίνει έμφαση στη σημαντικότητα της θετικής ενίσχυσης και επιβράβευσης, στη διαμόρφωση της συμπεριφοράς και την διευκόλυνσή της μάθησης.
- **Άμεσης Ανατροφοδότησης :** Η άμεση και συνεχής ανατροφοδότηση επιτρέπει στους μαθητές να λαμβάνουν πληροφορίες σχετικά με την ορθότητα των απαντήσεών τους και να προσαρμόζουν ανάλογα τη συμπεριφορά τους.

- **Εξατομικευμένης Διδασκαλίας :** Κάθε μαθητής έχει τις δικές του ικανότητες και ανάγκες. Ο Skinner τονίζει τα πλεονεκτήματα προσαρμογής εκπαιδευτικού υλικού προσαρμοσμένο στις ανάγκες κάθε μαθητή.
- **Προγραμματισμένης Μάθησης :** Ο Skinner εισάγει την έννοια της προγραμματισμένης διδασκαλίας η οποία περιλαμβάνει την κατάτμηση των διδακτικών στόχων σε μικρά και διαδοχικά βήματα έτσι ώστε η μάθηση να οικοδομείται σταδιακά, στο ρυθμό κάθε μαθητή πατώντας συνεχώς στην προηγούμενη γνώση.

Σύμφωνα με τον Παπαμαστοράκη (2001) και τη θεωρία του Skinner η κατάκτηση της γνώσης των μαθηματικών μέσω H/Y μπορεί να επιτευχθεί μέσα από τις παρακάτω αρχές:

1. Σε **κάθε απάντηση** του μαθητή πρέπει να υπάρχει **απόκριση του συστήματος**
2. Ο μαθητής πρέπει να επεξεργάζεται την ύλη **στο δικό του ρυθμό**
3. Οι **στόχοι** μάθησης πρέπει να είναι **ξεκάθαροι** στο μαθητή
4. Οι **ασκήσεις** πρέπει να **μπορούν να λυθούν** με μεγάλη πιθανότητα από το μαθητή
5. Η **ύλη** πρέπει να είναι **δομημένη** σε μία ακολουθία ερωτήσεων - απαντήσεων
6. Οι ασκήσεις πρέπει να **λύνονται** από το μαθητή **ενεργητικά**
7. Οι **προσπάθειες** του μαθητή πρέπει να **αμείβονται**

### 3.7 Τεχνολογική και Παιδαγωγική Γνώση

Από τις απαρχές της ΕξΑΕ πολλοί μελετητές έχουν εκφράσει την άποψη ότι αποτελεσματική μάθηση δεν εξαρτάται από τα μέσα – εργαλεία μεταφοράς της πληροφορίας, αλλά από το περιεχόμενο και τις παιδαγωγικές επιλογές σχεδιασμού εκπαιδευτικού υλικού (Λιοναράκης, 2006, Αναστασιάδης, 2006, Rice, 2006, Παπαφιλίππου κ.ά., 2016). Η Τεχνολογική και Παιδαγωγική γνώση αφορά την παιδαγωγική αξιοποίηση της τεχνολογίας στην εκπαίδευση (Koehler and Mishra 2009). Για την επίτευξη της σωστής και δημιουργικής αξιοποίησης, οποιουδήποτε ψηφιακού μέσου ή εργαλείου στην εκπαίδευση, απαραίτητη προϋπόθεση είναι η παιδαγωγική προσέγγιση και η αξιοποίηση της τεχνολογίας με βάση τις αρχές μάθησης και διδασκαλίας (Λιοναράκης, 2006, Αναστασιάδης, 2014).

#### 3.7.1 Θεωρία πολυμορφικής εκπαίδευσης

Ο όρος που προτείνεται από τον Λιοναράκη (1998) για την ΕξΑΕ είναι πολυμορφική εκπαίδευση και αναφέρει χαρακτηριστικά:

*"Η πολυμορφική εκπαίδευση προτείνεται ως όρος, ο οποίος οριοθετεί τη διάσταση της απόστασης μέσα σε ένα εκπαιδευτικό πλαίσιο προσεγγίσεων α)ποιότητας και β)χρήσης*

*μέσων και εργαλείων. Η εξ αποστάσεως εκπαίδευση από τη φύση της θα πρέπει να περιέχει εκπαιδευτικό υλικό προσανατολισμένο στη μάθηση και τη διδασκαλία. Τα μέσα που χρησιμοποιεί (έντυπο υλικό, οπτικοακουστικά, νέες τεχνολογίες κ.α.) δεν βασίζονται πάντα σε μία ποιοτική προσέγγιση. Από τη στιγμή όμως που τα δεδομένα αυτά καλύπτονται και η εκπαίδευση από απόσταση καλύπτει όχι μόνο τα μέσα, αλλά και τις αρχές μάθησης και διδασκαλίας, τότε διαφοροποιείται και δύναται να καλείται **πολυμορφική εκπαίδευση**. Έτσι ο όρος 'πολυμορφική εκπαίδευση' λαμβάνει μία ιδιαίτερη σημασία και υποδηλώνει την ποιοτική εκπαίδευση που λειτουργεί με αρχές μάθησης και διδασκαλίας σε ένα εξ αποστάσεως περιβάλλον" (Lionarakis, 1998, οπ.αναφ. στο Λιοναράκης 2006).*

Με βάση την πολυμορφική αυτή διάσταση η κατηγοριοποίηση του εκπαιδευτικού υλικού κατά West (1996 οπ.αναφ. στο Λιοναράκης, 2001) και Λιοναράκη (2001) χωρίζεται σε τρεις δέσμες:

1. **Πρώτη Δέσμη - κείμενα – προκείμενα – μετακείμενα:** Τα κείμενα είναι ο κύριος κορμός του εκπαιδευτικού υλικού και τα προκείμενα και μετακείμενα τα δομικά χαρακτηριστικά που πλαισιώνουν τα κείμενα και συμβάλουν στην αλληλεπίδραση. Τα προκείμενα θα μπορούσαμε να πούμε ότι είναι τα περιεχόμενα, ερμηνευτικοί τίτλοι, κεφάλαια και ενότητες, σκοπός, στόχοι και προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα, έννοιες κλειδιά, διαγνωστικά τεστ και δραστηριότητες. Τα μετακείμενα συμπληρώνουν τα προκείμενα και αποτελούνται από συνόψεις, περιλήψεις, βιβλιογραφίες, παραπομπές, γλωσσάρια ή οδηγούς μελέτης.
2. **Δεύτερη Δέσμη - διακείμενα - επικείμενα - παρακείμενα - περικείμενα:** Τα διακείμενα συνδέουν την προϋπάρχουσα γνώση με τη νέα γνώση. Τα διακείμενα αποτελούνται από εργασίες αυτοαξιολόγησης, δραστηριότητες, μηχανισμούς ανατροφοδότησης, απαντήσεις, υποδείξεις και γενικά όλους τους μηχανισμούς κατανόησης των νέων δεδομένων. Τα επικείμενα αποτελούν την επεξηγηματική και υποστηρικτική κατεύθυνση και αποτελούνται από γλωσσάρια, διασαφηνίσεις που εξηγούν και συμπληρώνουν τα κυρίως κείμενα. Τα παρακείμενα μέρη είναι τα μη-γλωσσικά μέρη του υλικού και αποτελούνται από τα οπτικά μέρη του κειμένου όπως φωτογραφίες, γραφήματα, εικόνες, σχήματα και τυπογραφικές ιδιαιτερότητες. Τα περικείμενα αγκαλιάζουν όλο το υλικό και αποτελούν τα επιπρόσθετα στοιχεία που στηρίζουν το βασικό κείμενο και εμπλέκονται εμβόλιμα συνδέοντας και εμπλουτίζοντας όλα τα βασικά κείμενα.
3. **Τρίτη Δέσμη - πολυκείμενα - πολυαντικείμενα:** Τα πολυκείμενα αφορούν περισσότερο εργασίες με σαφής οδηγίες. Τα πολυαντικείμενα αποτελούν το σύνολο

των ψηφιακών μέσων που χρησιμοποιούνται για τη μεταφορά της πληροφορίας (οπτικοακουστικά μέσα κ.α.) στον εκπαιδευόμενο (Λιοναράκης, 2001).

### **3.7.2 Θεωρία αλληλεπίδρασης και επικοινωνίας από απόσταση**

Ο Kozma (2001, οπ. αναφ. στο Λιοναράκης, 2006:15) αναφέρει ότι αυτό που κάνει τους μαθητές να μάθουν στην ΕξΑΕ δεν είναι ο ίδιος ο Η/Υ αλλά ο σχεδιασμός του εκπαιδευτικού υλικού και πως αλληλεπιδρά ο μαθητής με αυτό. Αναφορικά με την ΕξΑΕ υπάρχουν τέσσερις τύποι αλληλεπίδρασης:

- Η αλληλεπίδραση του εκπαιδευόμενου με το εκπαιδευτικό υλικό
- Η αλληλεπίδραση του εκπαιδευόμενου με τον εκπαιδευτή
- Η αλληλεπίδραση των εκπαιδευόμενων μεταξύ τους
- Η αλληλεπίδραση του εκπαιδευόμενου με το ψηφιακό περιβάλλον (Κιουλάνης, Παναγιωτίδου, Βαλκάνος 2016)

Ο Donelli (2010, οπ. αναφ. στο Κιουλάνης κ.α., 2016:217) διακρίνει δύο γενικότερες κατηγορίες αλληλεπίδρασης: τις αλληλεπιδράσεις ως συναλλαγές (transactions) και τις αλληλεπιδράσεις ως αποτέλεσμα (outcomes).

Ο Holmberg (2005:38) θεωρεί δομικά στοιχεία της εξ αποστάσεως εκπαιδευτικής διαδικασίας, την ενσυναίσθηση και τις προσωπικές σχέσεις μεταξύ των εμπλεκόμενων. Το εκπαιδευτικό υλικό δεν πρέπει να είναι φτιαγμένο ως απρόσωπο εγχειρίδιο αλλά πρέπει να είναι προσανατολισμένο σε μία προσωπική επικοινωνία, να περιέχει συνεχή ανατροφοδότηση (συμβουλές, προτάσεις, παρατηρήσεις), να κατευθύνει τον εκπαιδευόμενο στο τι πρέπει να κάνει και τι χρειάζεται να αποφύγει, αναφορές σε σημαντικά στοιχεία κ.α. Στόχος της προσωπικής αυτής επικοινωνίας, είναι η συναισθηματική εμπλοκή του εκπαιδευόμενου με το υλικό, να έρθει σε διάλογο με αυτό και να ενεργοποιήσει τις αλληλεπιδράσεις (Holmberg, 2005).

Σχετικά με τις εργασίες αυτοαξιολόγησης με σκοπό ο μαθητής να κατανοήσει την ύλη, ο Holmberg (2005:60) αναφέρει ότι οι ερωτήσεις πρέπει να είναι ακριβείς, βασισμένες στη Σωκρατική “μαιευτική” μέθοδο, με άμεση ανατροφοδότηση που είτε να οδηγεί το μαθητή να ανατρέξει σε υλικό, έτσι ώστε να μπορέσει να αντιμετωπίσει ξανά το ερώτημα μόνος του, ή να δίνονται ακριβείς υποδείξεις και απαντήσεις.

Ο Moore (1993) στη θεωρία «Συναλλαγής από Απόσταση» (Transactional Distance Theory) θεωρεί ότι τα τρία δομικά στοιχεία για ένα επιτυχημένο εξ αποστάσεως υλικό είναι:

α) ο διάλογος (οι αλληλεπιδράσεις δηλαδή που συμβαίνουν μεταξύ των εμπλεκόμενων στην εκπαιδευτική διαδικασία), β) η δομή του προγράμματος και γ) η αυτονομία που παρέχει το υλικό στον εκπαιδευόμενο.

Ως προς το διάλογο, τα μέσα επικοινωνίας που χρησιμοποιούνται στην ΕξΑΕ έχουν διαφορετικό αντίκτυπο σε κάθε περίπτωση και αυτό εξαρτάται από πολλούς παράγοντες. Ακόμα και με τα ίδια μέσα οι αλληλεπιδράσεις που συμβαίνουν μπορεί να διαφοροποιούνται ανάλογα με το γνωστικό αντικείμενο και τη βαθμίδα εκπαίδευσης. Στη διδασκαλία των μαθηματικών θεωρεί ότι ο η επικοινωνία του εκπαιδευόμενου με το υλικό είναι περισσότερο καθοδηγούμενης μάθησης με λιγότερο διάλογο (Moore, 1993).

Κατά τον Moore (1993), η δομή ενός επιτυχημένου εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού προγράμματος καθοδηγούμενης μάθησης εξαρτάται από τους εξής παράγοντες:

- Παρουσίαση Υλικού
- Υποστήριξη της ενεργής μάθησης
- Παρακίνηση της κριτικής και ανάλυσης (αυτές είναι γνωστικές δεξιότητες υψηλότερης τάξης που αναμένεται να καλλιεργηθούν σε ανώτερες βαθμίδες εκπαίδευσης)
- Καθοδήγηση και συμβουλές που έχουν να κάνουν είτε με το γνωστικό αντικείμενο είτε με τη χρήση του ίδιου του ψηφιακού μέσου που χρησιμοποιείται
- Οργάνωση δραστηριοτήτων και εργασιών εξάσκησης, εμπέδωσης και αξιολόγησης (Moore, 1993)

Τέλος η παρατήρηση που κάνει ο Moore ως προς την αυτονομία είναι ότι μαθητές με ανεπτυγμένη ικανότητα αυτονομίας προτιμούν προγράμματα με μικρότερη δομή ενώ πιο εξαρτημένοι μαθητές προτιμούν μαθήματα με ανεπτυγμένο διάλογο και μία άτυπη δομή που είναι σε στενότερη σχέση με τον εκπαιδευτικό (Moore, 1993).

### **3.7.3 Πολυμεσική μάθηση κατά Meyer**

Η γνωστική θεωρία για την Πολυμεσική Μάθηση του Meyer (Cognitive Theory of Multimedia Learning, 2001) βασίζεται στον τρόπο με τον οποίο εντάσσονται τα πολυμεσικά διδακτικά πακέτα στην εκπαίδευση και πως αυτά προσλαμβάνονται και επεξεργάζονται από τον ανθρώπινο νου (Δοξαστάκης, 2022).

Με βάση τη θεωρία του Meyer ο σχεδιασμός εκπαιδευτικού υλικού συνοψίζεται από τον ίδιο στις παρακάτω αρχές:

**Αρχή της Πολυμεσικότητας:** Αφορά το συνδυασμό εικόνας και κειμένου

**Αρχή της Γειτνίασης:** Αφορά τη θέση των εικόνων σε σχέση με το κείμενο

**Αρχή του Συγχρονισμού:** Αφορά τη χρονική εμφάνιση εικόνας και κειμένου

**Αρχή της Τροπικότητας:** Συνδυασμός εικόνας και ήχου - βίντεο

**Αρχή του Πλεονασμού:** Αποφυγή ταυτόχρονης χρήσης όλων των τρόπων μεταφοράς της πληροφορίας (εικόνα+κείμενο+αφήγηση).



**Αρχή της Συνοχής:** Τα πολυμεσικά αρχεία που χρησιμοποιούνται είναι σχετικά με το γνωστικό αντικείμενο

**Αρχή της Προσωποποίησης:** Χρήση φιλικής γλώσσας σε δεύτερο πρόσωπο

**Αρχή της Φωνής:** Το ύφος της ηχητικής παρουσίασης είναι φιλικό και ήρεμο

**Αρχή της Εικόνας:** Χρήση εικόνων avatar για προσομοίωση του αφηγητή

**Αρχή της Κατάτμησης:** Η παρουσίαση γίνεται τμηματικά χωρίς μακροσκελή κείμενα

**Αρχή της Σηματοδότησης:** Υπάρχουν σαφείς οδηγίες-προφορικές, χρώματα, έντονη γραφή, υπογράμμιση-που διευκολύνουν την πλοήγηση και μάθηση του χρήστη

**Αρχή της Προπαίδευσης:** Εισαγωγικές δραστηριότητες που βοηθάνε τη μελέτη και πλοήγηση

### **3.7.3.1 Ψηφιακή Αφήγηση**

Η αφήγηση γενικότερα, είτε προφορική είτε γραπτή, βοηθά στην καλύτερη επεξεργασία και τελική εμπέδωση των πληροφοριών από τους μαθητές (Μελιάδου, 2011). Η ψηφιακή αφήγηση γίνεται με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, χρησιμοποιώντας κείμενο, εικόνα (σταθερή ή κινούμενη), βίντεο ή συνδυασμούς αυτών που για παιδαγωγικούς λόγους, η ιστορία καλό είναι να μην ξεπερνάει τα 10 λεπτά (Schmier, 2021).

Η ψηφιακή αφήγηση ως μέσο μάθησης μπορεί να αναπτύξει τις δεξιότητες ψηφιακού εγγραμματισμού του 21ου αιώνα (οπτικό εγγραμματισμό, ψηφιακό εγγραμματισμό, πολυπολιτισμικό εγγραμματισμό, χρήσης τεχνολογίας, δεξιότητες εύρεσης, αξιολόγησης και σύνθεσης πληροφορίας), ενσυναίσθησης και ενεργητικής ακρόασης, αυτοκατανόησης και αυτοαξιολόγησης, δεξιότητες έρευνας, επικοινωνίας, δόμησης περιεχομένου, επεξεργασίας της πληροφορίας για την κατασκευή νοήματος καθώς και ομαδοσυνεργατικές και κοινωνικές δεξιότητες (Robin, 2011, Robin, 2016, Μελιάδου, 2011). Ενθαρρύνεται η δημιουργικότητα και μετατρέπει τη μάθηση από απλή απόκτηση της γνώσης σε μία διαδικασία όπου οι μαθητές συμμετέχουν ενεργά (Liu, 2018). Σύμφωνα με τον Alismail (2015) η ψηφιακή αφήγηση μπορεί να κερδίσει πολύτιμο διδακτικό χρόνο, ενθαρρύνοντας την ενεργό συμμετοχή των μαθητών.

Επιπλέον ακόμα και σε σύγχρονες έρευνες, αν και στο παρελθόν μελετήθηκαν χωριστά η ανεστραμμένη τάξη ως μοντέλο μικτής μάθησης και η ψηφιακή αφήγηση ως μέσο διδασκαλίας, σύγχρονες μελέτες πλέον συνδυάζουν τους δύο αυτούς τρόπους, διερευνώντας το μοντέλο της ανεστραμμένης τάξης μέσω της ψηφιακής αφήγησης (Doğusoy, 2020).

### **3.7.3.2 Βίντεο - Διαδραστικό Βίντεο**

Ιστορικά η μάθηση μέσω βίντεο δεν είναι κάτι καινούριο και καινοτόμο. Από τον προηγούμενο αιώνα η εκπαιδευτική τηλεόραση και εκπαιδευτικά προγράμματα είχαν ενταχθεί στη δημόσια τηλεόραση από πολύ νωρίς (Sablić, Miroslavljević, & Škugor, 2021). Η μάθηση μέσω βίντεο ενισχύει και βοηθάει τη διδασκαλία πετυχαίνοντας τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα. Ενεργοποιεί τους μαθητές, αλλάζει τη στάση τους απέναντι σε μαθήματα και ενώ μπορεί να μεταδώσει μεγάλο όγκο πληροφορίας και γνώσης, βελτιώνει σημαντικά την κατανόηση και την κριτική σκέψη (Sablić, Miroslavljević, & Škugor, 2021, Hermita κ.ά., 2021, Κατσιάπη & Βαλασίδου, 2021).

Το βίντεο είναι ένα μέσο «εικονικού διαλόγου» που αν και δεν υπάρχει άμεση επικοινωνία διενεργείται μία αλληλεπίδραση μεταξύ εκπαιδευόμενου και εκπαιδευτή μέσω ενός σιωπηρού διαλόγου (Moore, 1993). Ενεργοποιούνται οι αισθήσεις συνδυάζοντας οπτικά (κίνηση, κείμενο) και ηχητικά μέσα και συμβάλει στην αλληλεπίδραση του μαθητή (Samosa, Guyo, Dapadap, & De Guzman, 2021).

Στα μαθηματικά έχουν γίνει μελέτες για τη διδασκαλία δυσνόητων εννοιών σε μικρότερες τάξεις, με πολύ θετικά αποτελέσματα. Η μελέτη των Hermita κ.ά. (2021) έδειξε ότι μέσω εκπαιδευτικού βίντεο κατάφεραν να διδάξουν και να κατανοήσουν μαθητές πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, πολυέδρα στερεά. Η μελέτη των Wijaya, Li, Hermita, Putra, & Alim (2021) σε μαθητές Α' λυκείου, έδειξε ότι εκπαιδευτικά βίντεο καθοδηγούμενης μάθησης είχαν θετικά αποτελέσματα στην επίλυση προβλημάτων μέσω της διδασκαλίας της ακολουθίας Φιμπονάτσι. Στη μελέτη των Cuka και Bufasi (2022) χρησιμοποιήθηκαν διαδραστικά βίντεο H5P για τη διδασκαλία κλασμάτων, θέματα άλγεβρας, γεωμετρίας και πιθανοτήτων σε παιδιά πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι τα διαδραστικά βίντεο ενεργοποίησαν τα παιδιά και εμφάνισαν μεγάλη αποφασιστικότητα και συγκέντρωση στην ολοκλήρωση των αντίστοιχων δραστηριοτήτων. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι η ομάδα μελέτης σε σχέση με την ομάδα σύγκρισης είχε καλύτερη επίδοση ως προς την κατανόηση και εμπέδωση των εννοιών που διδάχτηκαν στα αντίστοιχα τεστ αξιολόγησης.

### **3.7.4 Παιχνιδοποίηση (Gamification)**

Η έρευνα της Crehan (2020) αναφέρει ότι αποτελεσματικά προγράμματα σπουδών φαίνεται να είναι όσα κινητοποιούν το μαθητή και διαπλάθουν το χαρακτήρα παράλληλα με τις γνωστικές δεξιότητες ισορροπώντας τη κοινωνική με τη γνωστική ανάπτυξη. Η γνωστική ανάπτυξη αυτή βασίζεται στην καλλιέργεια προσχολικών δεξιοτήτων μέσα από την **παιγνιώδη μάθηση**.

Δύο βασικοί τύποι προμαθηματικών δεξιοτήτων πριν αρχίσουν τα τυπικά μαθηματικά είναι οι σχεσιακές δεξιότητες (κατηγοριοποίηση, σύγκριση, ταξινόμηση κ.α.) και οι αριθμητικές

δεξιότητες (μέτρηση, κατανόηση της ποσότητας, αριθμοί κ.α.). Οι παραπάνω δεξιότητες που διδάσκονται μέσω παιγνιώδης μάθησης σε προσχολικό επίπεδο σε χώρες όπως η Κίνα και η Σιγκαπούρη, φαίνεται να είναι περισσότερο ανεπτυγμένες, συγκριτικά με μαθητές άλλων χωρών. Αντίστοιχα αποτελέσματα φαίνεται να υπάρχουν και σε εκπαιδευτικά συστήματα όπως η Ιαπωνία και η Φινλανδία όπου η μάθηση μέσω παιχνιδιού έχει ενταχθεί πλήρως στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών τους (Crehan, 2020).

Η παιχνιδοποίηση (gamification) στην εξ αποστάσεως εκπαίδευση εφαρμόζεται με δύο τρόπους. Είτε μέσω της παιχνιδοποίησης δομής (structural gamification) είτε μέσω της παιχνιδοποίησης περιεχομένου (content gamification) (Περάκη, 2017).

Στην παιχνιδοποίηση δομής χρησιμοποιούνται πόντοι, εμβλήματα και βραβεία και στοχεύει κυρίως στη θετική ενίσχυση και επιβράβευση του εκπαιδευόμενου ενώ στην παιχνιδοποίηση περιεχομένου χρησιμοποιούνται δραστηριότητες που στοχεύουν στην ανάπτυξη και καλλιέργεια γνωστικών δεξιοτήτων. Στην παρούσα έρευνα χρησιμοποιήθηκαν δραστηριότητες παιχνιδοποίησης περιεχομένου αριθμών και πράξεων (πολλαπλασιαστικές σχέσεις αριθμών, ισοδύναμων λόγων, αναλογικές σχέσεις) στοχεύοντας στη θετική ενίσχυση και ανάπτυξη αριθμητικών δεξιοτήτων.

### 3.7.5 Αρχές Δημιουργίας Εκπαιδευτικού Υλικού Λιοναράκη – Σπανακά

Οι βασικές αρχές σχεδιασμού και ανάπτυξης εξ εκπαιδευτικού υλικού συνοψίζονται από τους Λιοναράκη και Σπανακά (2017) στις παρακάτω επτά αρχές:

1. **Διδακτικοί Στόχοι και Μαθησιακά Αποτελέσματα**
2. Στην αρχή του προφορικού λόγου όπου σύμφωνα με τη συγκεκριμένη αρχή ο **γραπτός λόγος πρέπει να έχει τη μορφή προφορικού λόγου.**
3. Αρχή της **ανακαλυπτικής μάθησης.**
4. Τι είμαι ικανός να κάνω με αυτά που έμαθα; Ποιές είναι οι **δεξιότητες και ικανότητες** που αναπτύσσει το εκπαιδευτικό υλικό;
5. Αρχή του αυτονόητου. Τα **«αυτονόητα» πρέπει να καθορίζονται σαφώς** χωρίς να θεωρείται δεδομένο ότι ο εκπαιδευόμενος τα γνωρίζει.
6. Γιατί αυτό και όχι κάτι άλλο; Η **ροή** και η **δομή** κρίνονται ικανή και αναγκαία συνθήκη στη δημιουργία εκπαιδευτικού υλικού.
7. Αρχή των εικόνων στις έννοιες. Η **χρήση εικόνων, ήχων και βίντεο** κρίνεται απαραίτητη στη μεταφορά της πληροφορίας στο εξ αποστάσεως υλικό

### **3.8 Γενικότερο Πλαίσιο**

Τέλος για το σχεδιασμό εκπαιδευτικού υλικού κρίνεται απαραίτητο να λαμβάνεται υπόψη και το γενικότερο πλαίσιο μέσα στο οποίο διενεργείται η μάθηση. Ένας εκπαιδευτικός που διδάσκει σε ένα ορεινό χωριό με βασική πηγή εσόδων την κτηνοτροφία, δεν θα φτιάξει το ίδιο εκπαιδευτικό υλικό με κάποιον συνάδελφό του ο οποίος διδάσκει σε κάποιο νησί, με βασική πηγή εσόδων την αλιεία ή τον τουρισμό.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### 4.Πρόταση Υλοποίησης Εξ Αποστάσεως Εκπαιδευτικού Υλικού στους Λόγους και Αναλογίες ΣΤ' Δημοτικού

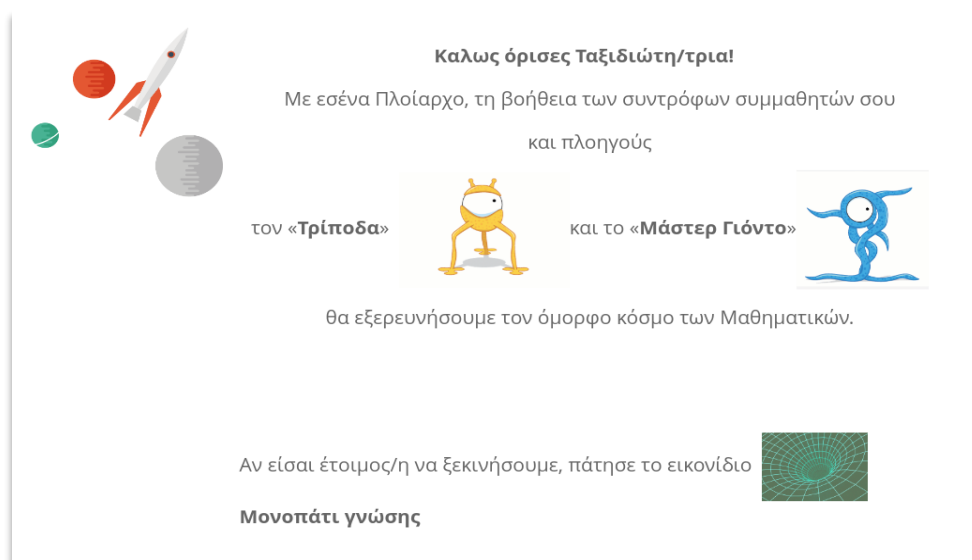
#### 4.1 «Η Χρυσή Τομή» TPACK

Ο σωστός σχεδιασμός εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού και η ένταξη της τεχνολογίας στην εκπαίδευση είναι ανεξάρτητα από τη μεμονωμένη γνώση των τριών αντικειμένων (Γνωστικό, Παιδαγωγικό και Τεχνολογικό), αλλά καθορίζεται πλήρως από τη «Χρυσή Τομή» του μοντέλου TPACK δηλαδή τη νέα αναδυόμενη μορφή γνώσης που προκύπτει από τις αλληλεπιδράσεις και σχέσεις των περιεχομένων αυτών (Koehler and Mishra 2009). Με βάση λοιπόν τα επί μέρους γνωστικά περιεχόμενα και τις μεταξύ τους τομές όπως αυτές παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, δημιουργήθηκε εξ αποστάσεως εκπαιδευτικό υλικό για τη διδασκαλία των Λόγων και Αναλογιών στις ενότητες 30, 31, 32 της ΣΤ' Δημοτικού στη σελίδα:

[http://chamilo.datacenter.uoc.gr/metchamilo/courses/MA8HMATIKASTDHMOTIKOYLOGOIANALO/index.php?id\\_session=0](http://chamilo.datacenter.uoc.gr/metchamilo/courses/MA8HMATIKASTDHMOTIKOYLOGOIANALO/index.php?id_session=0)

#### 4.2 Ψηφιακά Μέσα

Για την υλοποίηση του εκπαιδευτικού υλικού χρησιμοποιήθηκε ανοιχτού κώδικα ή/και ελεύθερης χρήσης λογισμικό. Το **Σύστημα Διαχείρισης Μάθησης (ΣΔΜ)** που επιλέχτηκε είναι το **Chamilo**, που οι λειτουργίες του από την πλευρά του εκπαιδευόμενου κρίνονται απλές.



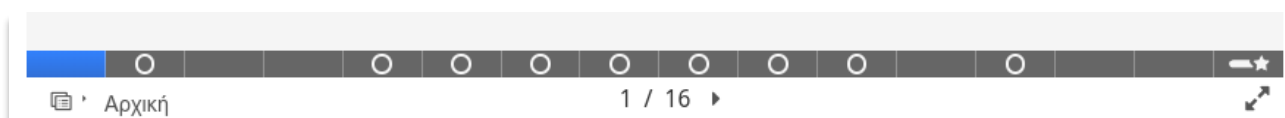
Εικόνα 2: Αρχική σελίδα καλωσορίσματος

Ο μαθητής συνδεόμενος στην αρχική σελίδα καλωσορίσματος του μαθήματος (Εικόνα 2), ενημερώνεται για τους καθοδηγητές-αφηγητές που θα τον βοηθήσουν στην πλοήγηση καθ' όλη τη διάρκεια της εξάσκησης του, μπορεί να ενημερωθεί για την περιγραφή του μαθήματος και τέλος πατώντας στο αντίστοιχο εικονίδιο “Μονοπάτι της γνώσης” να μπει στο μάθημα (Εικόνα 3).



Εικόνα 3: Περιγραφή μαθήματος - Μονοπάτι της γνώσης

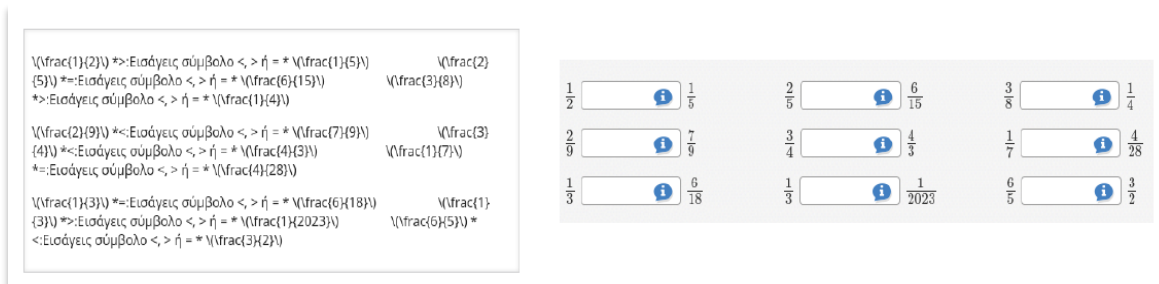
Για την διαχείριση του πολυμορφικού περιεχομένου χρησιμοποιήθηκε **H5P** λογισμικό μέσω του Συστήματος Διαχείρισης Περιεχομένου (ΣΔΠ) **Wordpress**. Για την παρουσίαση των ενοτήτων του μαθήματος, επιλέχτηκε η παρουσίαση **Course Presentation** του H5P (Εικόνα 4), δίνοντας τη δυνατότητα κατάτμησης των διδακτικών στόχων σε μικρά και διαδοχικά βήματα έτσι ώστε η μάθηση να οικοδομείται σταδιακά (Skinner, 1968).



Εικόνα 4: Παρουσίαση Course Presentation - H5P (1η διδακτική ενότητα)

Τα **μέσα** που χρησιμοποιήθηκαν για την υλοποίηση του εκπαιδευτικού υλικού είναι ένας προσωπικός Η/Υ με λειτουργικό σύστημα Ubuntu 18.04, τα λογισμικά επεξεργασίας ήχου και εικόνας, Kdenlive, OBS Studio, Audacity, Gimp – GNU Image Manipulation Program και οι κειμενογράφοι LibreOffice, Xournal++ . Όλα τα λογισμικά που χρησιμοποιήθηκαν είναι ανοικτού κώδικα ή/και ελεύθερης χρήσης χωρίς καμία οικονομική επιβάρυνση για το χρήστη και χωρίς να χρειάζεται επιπλέον εγκατάσταση «σπασμένων» και παράνομων προγραμμάτων υψηλού κόστους.

Για τα Μαθηματικά χρησιμοποιήθηκε αυστηρός μαθηματικός συμβολισμός σε γλώσσα LaTeX χρησιμοποιώντας τη JavaScript βιβλιοθήκη **MathJax** (Εικόνα 5).



Εικόνα 5: MathJax - LaTeX

### 4.3 Δομή του Εκπαιδευτικού Υλικού - Εισαγωγικά Στοιχεία – Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα

Το μάθημα χωρίζεται σε τρεις Διδακτικές Ενότητες (ΔΕ) και κάθε μία αντιστοιχεί σε μία ενότητα από το σχολικό βιβλίο (Σχ.Β.) *Μαθηματικά ΣΤ' Δημοτικού* Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών και Εκδόσεων «Διόφαντος» (Κασσώτη, Ό., Κλιάπης, Π., Οικονόμου, Θ., & Ζιώγας, Κ., 2022) (Εικόνα 6).

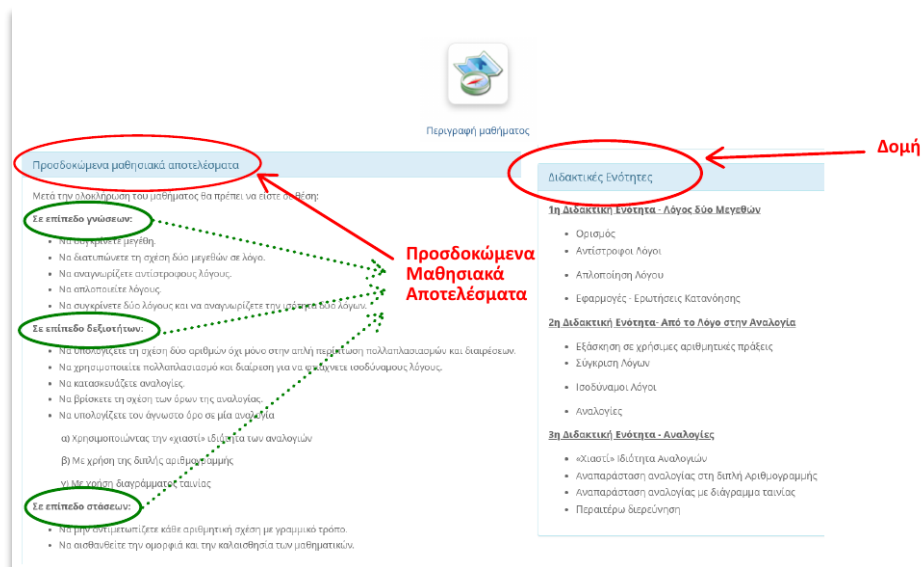
| Τίτλος                                                | Πρόοδος | Λεπτομέρειες |
|-------------------------------------------------------|---------|--------------|
| 1η Διδακτική Ενότητα - Λόγος δύο μεγεθών              | 100%    |              |
| 2η Διδακτική Ενότητα - Από τους Λόγους στις Αναλογίες | 100%    |              |
| 3η Διδακτική Ενότητα - Αναλογίες                      | 100%    |              |

Εικόνα 6: Οι Διδακτικές Ενότητες του μαθήματος

- Η 1η Διδακτική Ενότητα - Λόγος δύο μεγεθών αντιστοιχεί στην ενότητα 3.30 του Σχ.Β.
- Η 2η Διδακτική Ενότητα - Από τους Λόγους στις Αναλογίες αντιστοιχεί στην ενότητα 3.31 του Σχ.Β.
- Η 3η Διδακτική Ενότητα - Αναλογίες αντιστοιχεί στην ενότητα 3.32 του Σχ.Β.

Όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, στις αρχές μάθησης του Skinner (3.6.1) αλλά και στις βασικές αρχές δημιουργίας εκπαιδευτικού υλικού των Λιοναράκη – Σπανακά (3.7.5), η δομή, οι διδακτικοί στόχοι, τα μαθησιακά αποτελέσματα και οι δεξιότητες που αναπτύσσει το εκπαιδευτικό υλικό πρέπει να είναι ξεκάθαρα και να διατυπώνονται σαφώς. Η δομή κάθε ενότητας και τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα καθορίζονται πλήρως:

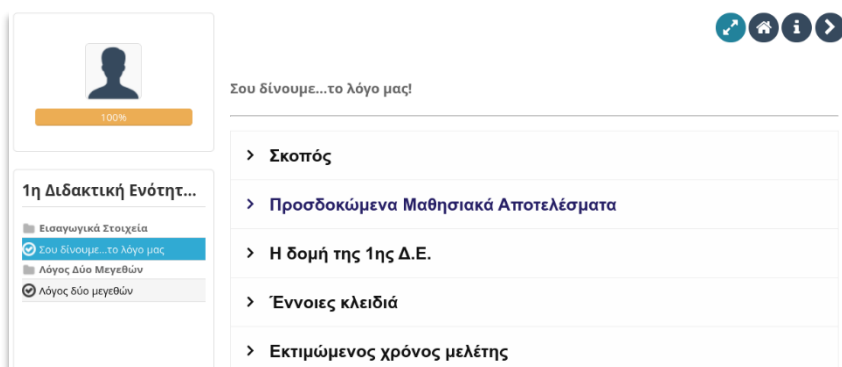
A) Στην περιγραφή του μαθήματος στην αρχική σελίδα (Εικόνα 7)



Εικόνα 7: Περιγραφή μαθήματος

## Β) Στα εισαγωγικά στοιχεία κάθε ενότητας (Εικόνα 8)

Τα εισαγωγικά στοιχεία κάθε ενότητας έχουν τίτλο “Σου δίνουμε...το λόγο μας” και εκτός από τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα γίνεται αναφορά στο σκοπό, έννοιες κλειδιά τη δομή της ενότητας, καθώς και τον εκτιμώμενο χρόνο που θα χρειαστεί ο εκπαιδευόμενος για να ολοκληρώσει την αντίστοιχη ενότητα.



Εικόνα 8: Εισαγωγικά στοιχεία ενότητας

Παρακάτω δίνονται αναλυτικά όλα τα εισαγωγικά στοιχεία κάθε διδακτικής ενότητας.

### 1η Διδακτική Ενότητα:

**Σκοπός** της 1ης διδακτικής ενότητας είναι να κατανοήσετε την έννοια του λόγου και να μπορείτε να συγκρίνετε μεγέθη μεταξύ τους.

**Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα:** Μετά το τέλος της 1ης διδακτικής ενότητας πρέπει να είστε σε θέση:

- Να συγκρίνετε μεγέθη.
- Να διατυπώνετε τη σχέση δύο μεγεθών σε λόγο.



- Να αναγνωρίζετε αντίστροφους λόγους.
- Να απλοποιείτε λόγους.

### **Δομή 1ης ΔΕ: Λόγος δύο Μεγεθών**

- Λόγος Δύο Μεγεθών
- Αντίστροφοι Λόγοι
- Απλοποίηση Λόγου
- Εφαρμογές - Ερωτήσεις Κατανόησης

**Έννοιες Κλειδιά:** λόγος δύο μεγεθών, αντίστροφοι λόγοι, απλοποίηση λόγου

**Εκτιμώμενος χρόνος μελέτης:** 40'

### **2η Διδακτική Ενότητα:**

**Σκοπός** της 2ης διδακτικής ενότητας είναι να κατανοήσετε την έννοια της αναλογίας.

**Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα:** Μετά το τέλος της 2ης διδακτικής ενότητας πρέπει να είστε σε θέση:

- Να υπολογίζετε τη σχέση δύο αριθμών όχι μόνο στην απλή περίπτωση πολλαπλασιασμών και διαιρέσεων.
- Να συγκρίνετε δύο λόγους και να αναγνωρίζετε την ισότητα δύο λόγων.
- Να χρησιμοποιείτε πολλαπλασιασμό και διαίρεση για να φτιάχνετε ισοδύναμους λόγους.
- Να κατασκευάζετε αναλογίες.

### **Δομή 2ης ΔΕ: Από το Λόγο στην Αναλογία**

- Εξάσκηση σε χρήσιμες αριθμητικές πράξεις
- Σύγκριση Λόγων
- Ισοδύναμοι Λόγοι
- Αναλογίες

**Έννοιες Κλειδιά:** σύγκριση, ισοδύναμοι λόγοι, ισότητα λόγων, αναλογία

**Εκτιμώμενος χρόνος μελέτης:** 60'

### **3η Διδακτική Ενότητα:**

**Σκοπός** της 3ης διδακτικής ενότητας είναι να αναπτύξετε αναλογική συλλογιστική.

**Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα:** Μετά το τέλος της 3ης διδακτικής ενότητας πρέπει να είστε σε θέση:

- Να βρίσκετε τη σχέση των όρων της αναλογίας.
- Να υπολογίζετε τον άγνωστο όρο σε μία αναλογία :

α) Χρησιμοποιώντας την «χιαστί» ιδιότητα των αναλογιών

β) Με χρήση της διπλής αριθμογραμμής

γ) Με χρήση διαγράμματος ταινίας

- Να μην αντιμετωπίζετε κάθε αριθμητική σχέση με γραμμικό τρόπο.
- Να αισθανθείτε την ομορφιά και την καλαισθησία των μαθηματικών.

#### **Δομή 3ης ΔΕ: Λόγος δύο Μεγεθών**

- «Χιαστί» Ιδιότητα Αναλογιών.
- Αναπαράσταση αναλογίας στη διπλή Αριθμογραμμή.
- Αναπαράσταση αναλογίας με διάγραμμα ταινίας.
- Περαιτέρω διερεύνηση.

**Έννοιες Κλειδιά:** *χιαστί, σταυρωτά γινόμενα, διπλή αριθμογραμμή, διάγραμμα ταινίας, χρυσός λόγος, χρυσή τομή*

**Εκτιμώμενος χρόνος μελέτης:** 60'

## **4.4 Στοιχεία Δομής του Εκπαιδευτικού Υλικού**

Παρακάτω παρουσιάζεται η πολυμορφικότητα του εκπαιδευτικού υλικού μέσα από τα στοιχεία που το δομούν σύμφωνα με την κατηγοριοποίηση των West-Λιοναράκη όπως αναλύθηκαν στο Κεφάλαιο 3 ([3.7.1](#)):

### **4.4.1 1η Δέσμη**

Α) Τα βασικά **κείμενα** του υλικού (Εικόνα 9).

### Λόγος δύο μεγεθών

#### Μέγεθος

Ος μέγεθος στα Μαθηματικά θα μπορούσαμε να ονομάσουμε κάθε ποσό που επιδέχεται αύξηση ή μείωση.

#### Λόγος

Χρησιμοποιούμε τους λόγους για να **συγκρίνουμε** δύο μεγέθη. Το αποτέλεσμα της σύγκρισης **δύο μεγεθών** ονομάζεται **λόγος**.

Η σχέση αυτή μπορεί να εκφραστεί:

α) Με λόγια: «ο λόγος του α προς το β».

β) Με το σύμβολο της διαίρεσης:  $\alpha : \beta$  και διαβάζεται «α προς β».

γ) Ως κλάσμα:  $\frac{\alpha}{\beta}$  και διαβάζεται «α προς β».

Το κλάσμα αυτό έχει αριθμητή το ένα μέγεθος και παρονομαστή το άλλο μέγεθος.

Μέγεθος α  
 Μέγεθος β

### Ισοδύναμοι Λόγοι (1/4)

Αν πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε και τους δύο όρους ενός λόγου με τον ίδιο αριθμό παίρνουμε έναν ισοδύναμο λόγο.

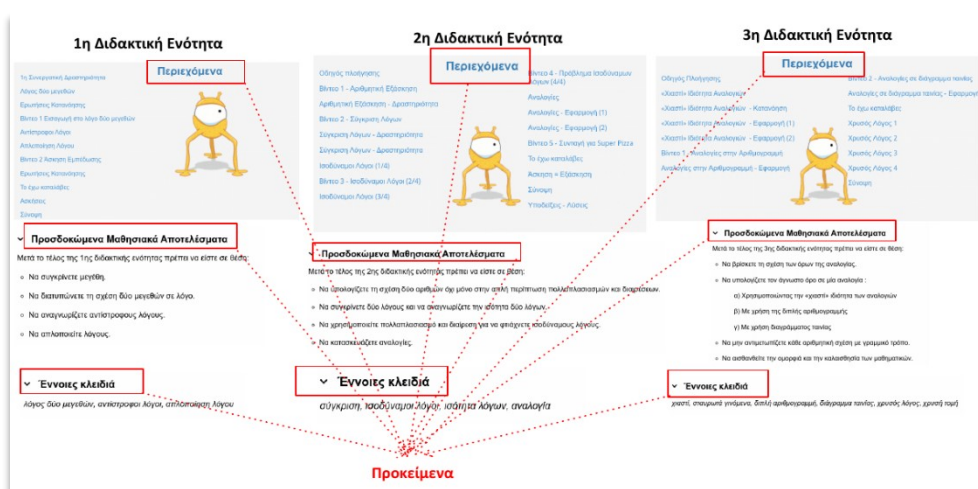
Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται 3 ισοδύναμοι λόγοι του  $\frac{4}{6}$

| Αρχικός Λόγος | Διαιρέσαμε και τους δύο όρους του λόγου με το 2 | Πολλαπλασιάσαμε και τους δύο όρους του λόγου με το 3 | Πολλαπλασιάσαμε και τους δύο όρους του λόγου με το 12 |
|---------------|-------------------------------------------------|------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| 4<br>6        | 2<br>3                                          | 12<br>18                                             | 48<br>72                                              |

Κείμενα

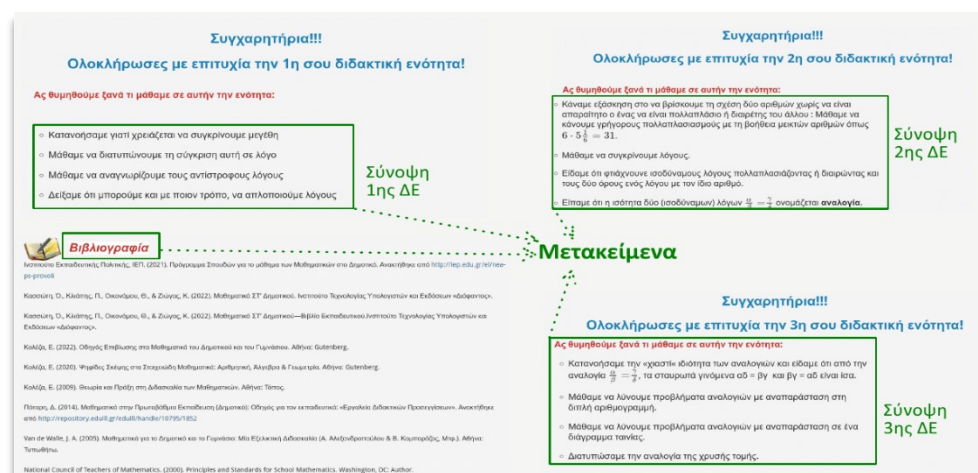
Εικόνα 9: Κείμενα

Β) Τα **προκείμενα** μέρη του υλικού (περιεχόμενα, προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα, έννοιες κλειδιά)(Εικόνα 10).



Εικόνα 10: Προκείμενα

Γ) Τα **μετακείμενα** μέρη του υλικού (συνόψεις, βιβλιογραφίες) (Εικόνα 11).



Εικόνα 11: Μετακείμενα

#### 4.4.2 2η Δέσμη

Α) Τα **διακείμενα** μέρη του υλικού (εργασίες αυτοαξιολόγησης, δραστηριότητες, ανατροφοδότηση, υποδείξεις, απαντήσεις). Στην Εικόνα 12 εμφανίζονται ενδεικτικά διακείμενα μέρη και από τις τρεις διδακτικές ενότητες.

The screenshot displays a digital learning interface with several interactive elements. On the left, there is a math problem: "Βρες τον άγνωστο όρο στην αναλογία  $\frac{\alpha}{27} = \frac{2}{3}$  συμπληρώνοντας τα κενά:  $\frac{\alpha}{27} = \frac{2}{3}$ ". Below this, there are input fields for  $\alpha$  and buttons for "Έλεγχος" (Check) and "Υπόδειξη" (Hint). A red box highlights the "Έλεγχος" button. In the center, a red dashed arrow points to the word "Διακείμενα". On the right, there is a table with columns "καφές", "ζάχαρη", and "κρέμα". The table contains data for four different coffee recipes. A red box highlights the "Έλεγχος" button next to the table. Below the table, there is a text box with a red border containing the text: "Υπάρχει κάποιος αριθμός που πολλαπλασιάσαμε ή διαιρέσαμε και τους δύο όρους του λόγου; Αν δεν μπορείς να απαντήσεις δες προσεχτικά τις διαφάνειες Ισοδύναμοι Λόγοι." Another red box highlights the "Υπόδειξη" button next to this text. At the bottom, there is a progress bar showing "0/1" and buttons for "Λύση" (Solution) and "Επανάληψη" (Repeat).

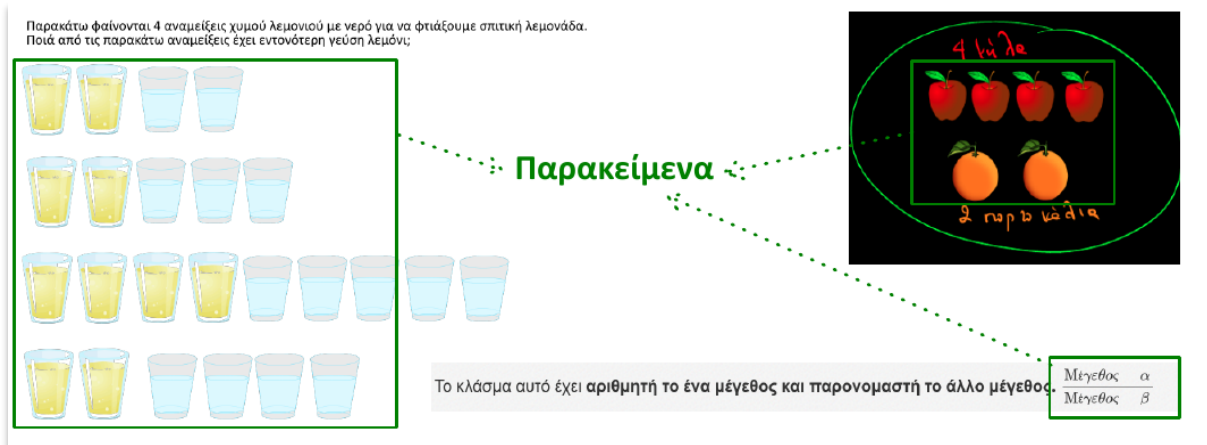
Εικόνα 12: Διακείμενα

Β) Τα **επικείμενα** μέρη του υλικού (διασαφηνίσεις των κύριων κειμένων) (Εικόνα 13).

The screenshot shows a digital learning interface. On the left, there is an illustration of a yellow, cartoonish character with a speech bubble that says: "...αν δεν μπορείς να απαντήσεις δες την υποδείξη". On the right, there is a text box with the text: "Ο λόγος  $\frac{\alpha}{\beta}$  και  $\frac{\beta}{\alpha}$  είναι αντίστροφοι. Δες ξανά το βίντεο στο σημείο αυτό." Below this text box, there is a blue link that says: "Υπόδειξη: Αν χρειάζεσαι βοήθεια δες ξανά την προηγούμενη διαφάνεια".

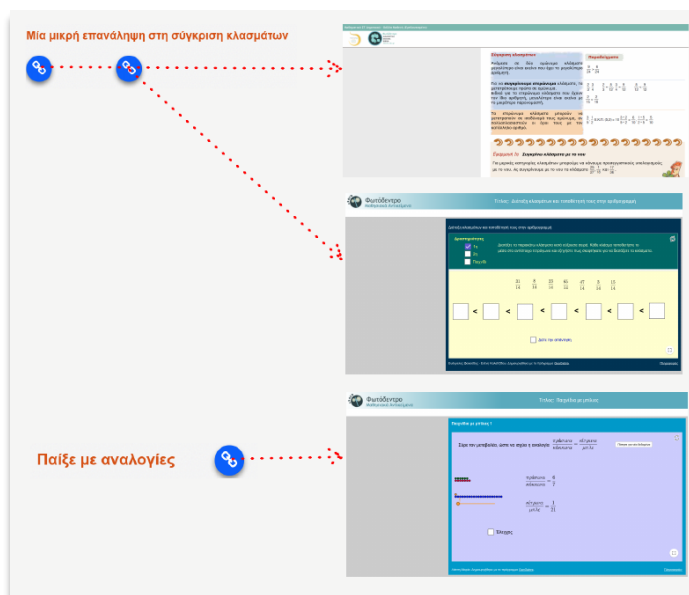
Εικόνα 13: Επικείμενα

Γ) Τα **παρακείμενα** μέρη του υλικού (φωτογραφίες, εικόνες, σχήματα). Αρχή των εικόνων στις έννοιες (Λιοναράκης, Σπανακά, 2017) (Εικόνα 14).



Εικόνα 14: Παρακείμενα

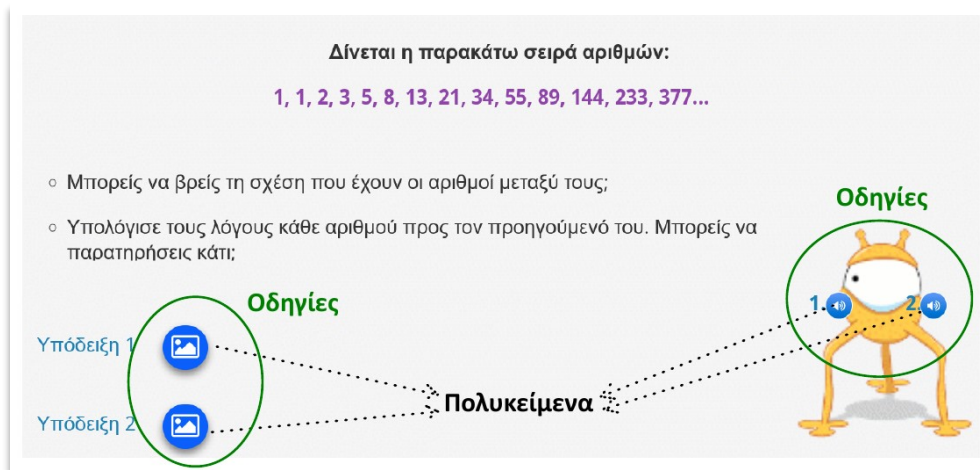
Δ) Τα **περικείμενα** μέρη του υλικού είναι τα επιπρόσθετα εμβόλιμα στοιχεία, λινκ εμπλουτισμού των κειμένων. Τα περικείμενα μέρη στο υλικό επικεντρώθηκαν σε λινκ που οδηγούσαν σε επίσημο εκπαιδευτικό υλικό του ΙΕΠ μέσα από το φωτόδεντρο (σχολικό βιβλίο, μικροπειράματα εφαρμογών Geogebra) (Εικόνα 15).



Εικόνα 15: Περικείμενα

#### 4.4.3 3η Δέσμη

Α) Τα **πολυκείμενα** μέρη του υλικού (εργασίες με σαφείς οδηγίες). Η παρακάτω δραστηριότητα (Εικόνα 16) δίνεται στο τέλος της 3ης ΔΕ με τη μέθοδο πρότζεκτ, χωρίς όμως να υπάρχει κάποιο παραδοτέο, με σκοπό τη διερεύνηση και την τελική εκμείευση πληροφοριών για τους αριθμούς Φιμπονάτσι και τον αριθμό της «χρυσής τομής» φ.



Εικόνα 16: Πολυκείμενα

Β) Τα **πολυαντικείμενα** μέρη του υλικού (οπτικοακουστικά μέσα κ.α.). Σύμφωνα με την αρχή των εικόνων στις έννοιες (Λιοναράκης, Σπανακά, 2017), η χρήση εικόνων, ήχων και βίντεο κρίνεται απαραίτητη στη μεταφορά της πληροφορίας στο εξ αποστάσεως υλικό. Για την υλοποίηση του υλικού δημιουργήθηκαν **13 διαδραστικά βίντεο**. Στην Εικόνα 17 δίνονται ενδεικτικά τρία από αυτά τα βίντεο (πολυαντικείμενα μέρη), ένα από κάθε διδακτική ενότητα.



Εικόνα 17: Πολυαντικείμενα

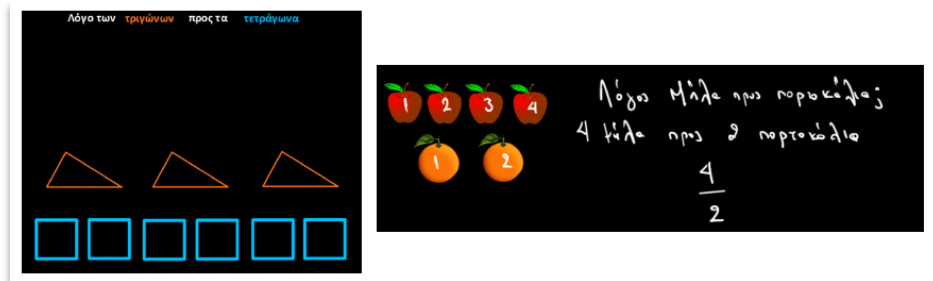
## 4.5 Αρχές Πολυμεσικής Μάθησης κατά Meyer

Όπως αναφέραμε και στο Κεφάλαιο 3, η γνωστική θεωρία για την Πολυμεσική Μάθηση του Meyer βασίζεται στον τρόπο με τον οποίο εντάσσονται τα πολυμεσικά διδακτικά πακέτα στην εκπαίδευση και πως αυτά προσλαμβάνονται και επεξεργάζονται από τον ανθρώπινο νου (Δοξαστάκης, 2022).

Α) Η αρχή της **Πολυμεσικότητας**, η αρχή της **Γειννίαςσης** και η αρχή του **Συγχρονισμού** αφορούν το συνδυασμό εικόνας και κειμένου, τη θέση των εικόνων σε σχέση με το κείμενο

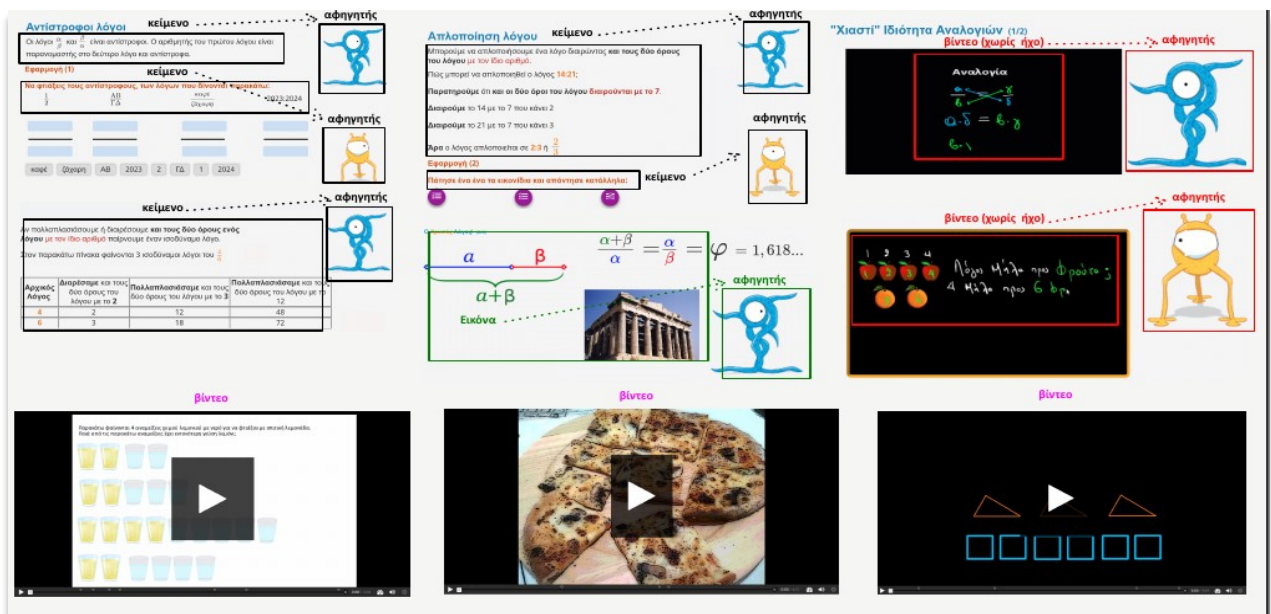


και τη χρονική εμφάνιση εικόνας και κειμένου αντίστοιχα. Στο παρόν εκπαιδευτικό υλικό πέρα από τις εικόνες που χρησιμοποιήθηκαν σε δραστηριότητες κατανόησης και επίλυσης προβλημάτων (Εικόνα 18) δεν επιλέχτηκε η εικόνα ως βασικό μέσο για τον εμπλουτισμό του γνωστικού αντικείμενου αλλά το βίντεο. Τα κείμενα και οι σχετικές με αυτά εικόνες, είναι κοντά σε αυτά και εμφανίζονται ταυτόχρονα.



Εικόνα 18: Αρχές Πολυμεσικότητας, Γειτνίασης, Συγχρονισμού

Β) Η αρχή της **Τροπικότητας** έχει να κάνει όπως αναφέραμε με το συνδυασμό εικόνας και ήχου, και η πληροφορία μεταφέρεται με τη μορφή αφήγησης. Στο παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπάρχουν στοιχεία αφήγησης σε όλο το εύρος του είτε μέσω διαδραστικών **βίντεο** είτε μέσω της παρουσίασης του γνωστικού αντικείμενου με τη μορφή **εικονικών αφηγητών** (avatars). Σύμφωνα με τις αρχές του **Πλεονασμού** και της **Συνοχής**, δεν γίνεται ταυτόχρονη χρήση εικόνας, κειμένου, και αφήγησης και αποφεύχθηκαν περιττά λεκτικά και οπτικά στοιχεία (Εικόνα 19).



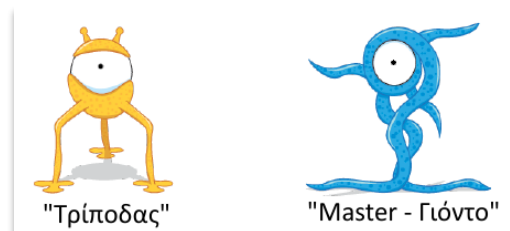
Εικόνα 19: Αρχές Τροπικότητας, Πλεονασμού, Συνοχής

Γ) Ως προς τις αρχές **Προσωποποίησης** και **Φωνής**, λαμβάνοντας επίσης υπόψιν και την **αρχή του προφορικού λόγου** (ο γραπτός λόγος πρέπει να έχει τη μορφή προφορικού λόγου, Λιοναράκη, Σπανακά, 2017), σε όλα τα στοιχεία του υλικού γίνεται χρήση φιλικής γλώσσας σε δεύτερο πρόσωπο και το ύφος της ηχητικής παρουσίασης είναι φιλικό και ήρεμο (Εικόνα 20).



Εικόνα 20: Αρχές Προσωποποίησης, Φωνής

Δ) Όπως αναφέρθηκε σύμφωνα με την αρχή της **Εικόνας** για την παρουσίαση του γνωστικού αντικειμένου, έγινε χρήση σε όλες τις διαφάνειες εκτός από τα βίντεο, εικονικού αφηγητή (avatar) με τη μορφή κινούμενης εικόνας gif για προσομοίωση του δασκαλου-καθοδηγητή. Οι δύο εικονικοί αφηγητές παρουσιάζονται στον εκπαιδευόμενο στην αρχική σελίδα του μαθήματος (Εικόνα 1) ενημερώνοντας τον για τους ρόλους τους. Ο αφηγητής «Μάστερ Γιόντο» ανέλαβε την παρουσίαση της θεωρίας και ο αφηγητής «Τρίποδας» την παρουσίαση δραστηριοτήτων, ασκήσεων καθώς και οδηγίες πλοήγησης και καθοδήγησης του εκπαιδευόμενου (Εικόνα 21).



Εικόνα 21: Αρχή της Εικόνας - Εικονικοί Αφηγητές (Avatar)

Ε) Για την αποφυγή μακροσκελών και πυκνογραμμένων διαφανειών χρησιμοποιήθηκε η αρχή της **Κατάτμησης** σύμφωνα με την οποία, η παρουσίαση όλων των επί μέρους στοιχείων (θεωρίας, εφαρμογών, ασκήσεων) έγινε τμηματικά (Εικόνα 22).





Εικόνα 22: Αρχή της Κατάταξης

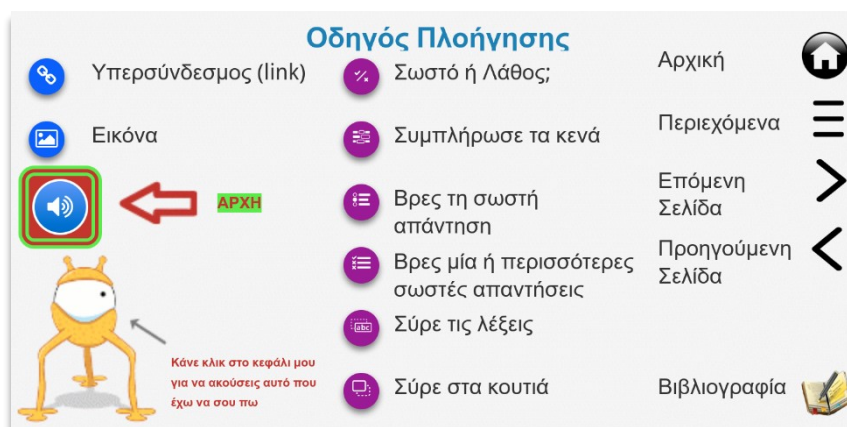
ΣΤ) Αρχή της **Σηματοδότησης**: Υπάρχουν σαφείς οδηγίες-προφορικές, χρώματα, έντονη γραφή, υπογράμμιση-που διευκολύνουν την πλοήγηση και μάθηση του χρήστη (Εικόνα 23).



Εικόνα 23: Αρχή της Σηματοδότησης

Ζ) Ως προς την αρχή της **Προπαίδευσης** υπάρχουν εισαγωγικές δραστηριότητες που βοηθάνε τη μελέτη και πλοήγηση του μαθητή στο εκπαιδευτικό υλικό.

**Προπαίδευση στην Πλοήγηση**: Σε κάθε διδακτική ενότητα υπάρχει μία εισαγωγική διαφάνεια που δίνει σαφείς οδηγίες στο χρήστη ως προς την πλοήγησή του στο μάθημα (Εικόνα 24), αλλά και ένα παράδειγμα από κάθε μία από τις δραστηριότητες που θα χρειαστεί να κάνει παρακάτω.



Εικόνα 24: Προπαίδευση στο μάθημα - Οδηγός Πλοήγησης

Στην Εικόνα 25 δίνονται μερικά παραδείγματα ερωτήσεων προπαίδευσης που δίνονται στον εκπαιδευόμενο πριν ξεκινήσει την πλοήγησή του στο εκπαιδευτικό υλικό, για μία πρώτη επαφή με τις δραστηριότητες που θα συναντήσει στο μάθημα. (Εικόνα 25).

Ερώτηση Σωστού - Λάθους

"Αν πατήσω το κουμπί εμφανίζεται μία ερώτηση Σωστού - Λάθους".

Η πρόταση αυτή είναι Σωστή - Διάλεξε **Σωστό** για να το εξακριβώσεις:

☐ Σωστό

☐ Λάθος

Έλεγχος

Ερώτηση Συμπλήρωσης κενών

Συμπλήρωσε τα κενά με τις λέξεις που λείπουν.

Η Αθήνα είναι η πρωτεύουσα της  **Επεξήγηση**

Γράψε στο κενό το όνομα της χώρας που είναι πρωτεύουσα η Αθήνα

Έλεγχος

Ερώτηση Πολλαπλής Επιλογής (μοναδική απάντηση)

Βρες τη σωστή απάντηση.

Μόνο **μία** απάντηση είναι σωστή. Διάλεξε τη σωστή απάντηση παρακάτω για να το εξακριβώσεις:

Σωστό

Λάθος

Λάθος

Λάθος

Ερώτηση Συμπλήρωσης κενών (από λίστα)

Σύρε τις λέξεις και βάλε τις στα κουτάκια

Με αριστερό κλικ μάρκαρε τη λέξη 1 και βάλε τη σε αυτό το κενό

Κάνε το ίδιο με τη λέξη 2 και σύρε τη σε αυτό το κενό

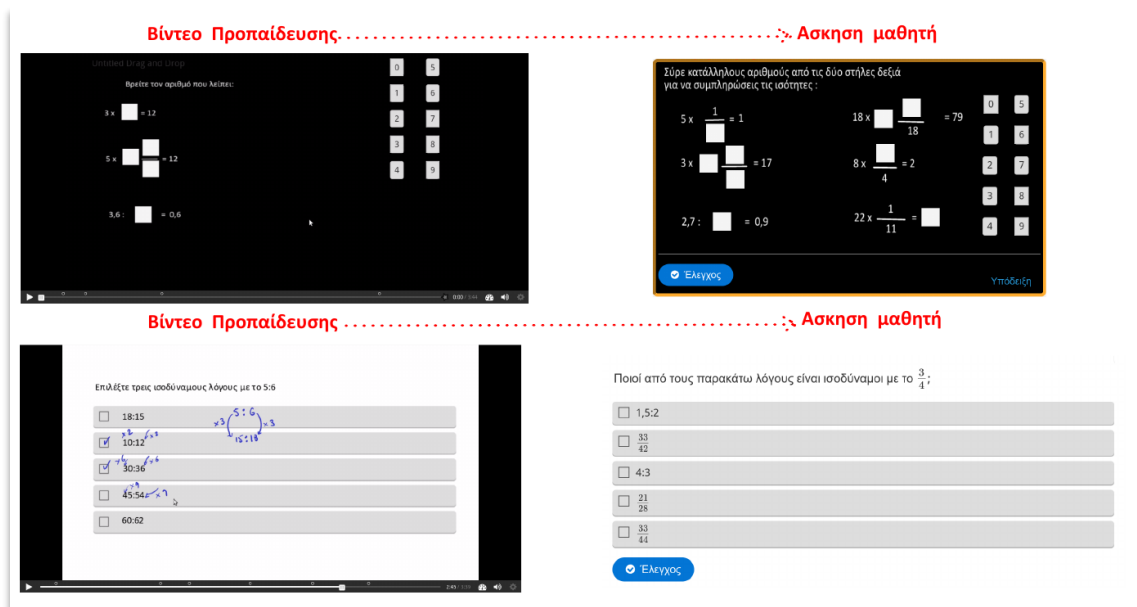
λέξη 1

λέξη 2

Έλεγχος

Επίσης σύμφωνα με την αρχή του **αυτονόητου** (Λιοναράκη, Σπανακά, 2017), τα «**αυτονόητα**» **καθορίζονται σαφώς** με συνεχείς οδηγίες και πληροφορίες, χωρίς να θεωρείται δεδομένο ότι ο εκπαιδευόμενος τα γνωρίζει (Εικόνα 26).

**Προπαίδευση στη Μελέτη:** Για την καλύτερη μελέτη και εμπέδωση του γνωστικού αντικειμένου δίνονται βίντεο με παραδείγματα ασκήσεων που θα συναντήσει παρακάτω ο μαθητής στη μελέτη του. Στην Εικόνα 27 δίνονται ενδεικτικά δύο παραδείγματα με βίντεο προπαίδευσης και την αντίστοιχη άσκηση που θα κληθεί να κάνει μόνους του ο μαθητής.

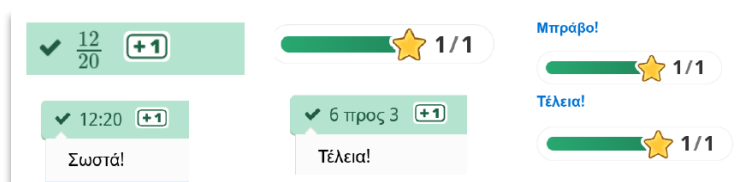


Εικόνα 27: Προπαίδευση στη Μελέτη

## 4.6 Αλληλεπίδραση με το Εκπαιδευτικό Υλικό

Ο Skinner δίνει έμφαση στη σημαντικότητα της θετικής ενίσχυσης και επιβράβευσης, στη διαμόρφωση της συμπεριφοράς και την διευκόλυνσή της μάθησης (3.6.1).

Οι **προσπάθειες** του μαθητή **αμείβονται**, είτε με θετική ανατροφοδότηση, είτε «κερδίζοντας» +1 βαθμό επιτυχίας για κάθε σωστή απάντηση είτε κερδίζοντας «αστέρια» στο τέλος κάθε άσκησης (Παιχνιδοποίηση δομής)(Εικόνα 28).

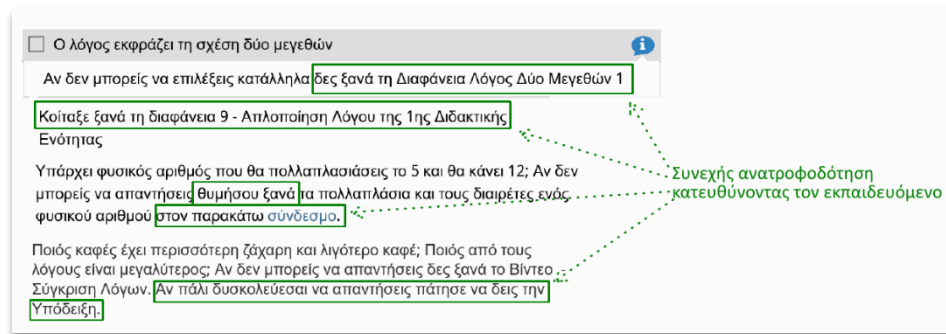


Εικόνα 28: Οι προσπάθειες του μαθητή αμείβονται

Ο Skinner δίνει ιδιαίτερη έμφαση στην άμεση και **συνεχή ανατροφοδότηση** αφού επιτρέπει στους μαθητές να λαμβάνουν πληροφορίες σχετικά με την ορθότητα των απαντήσεών τους και να προσαρμόζουν ανάλογα τη συμπεριφορά τους. Ο Holmberg επίσης αναφέρει ότι το εκπαιδευτικό υλικό πρέπει να είναι προσανατολισμένο σε μία προσωπική επικοινωνία και να περιέχει **συνεχή ανατροφοδότηση** (συμβουλές, προτάσεις, παρατηρήσεις), **κατευθύνοντας τον εκπαιδευόμενο** στο τι πρέπει να κάνει και τι χρειάζεται να αποφύγει, αναφορές σε σημαντικά στοιχεία κ.α.(3.7.2).

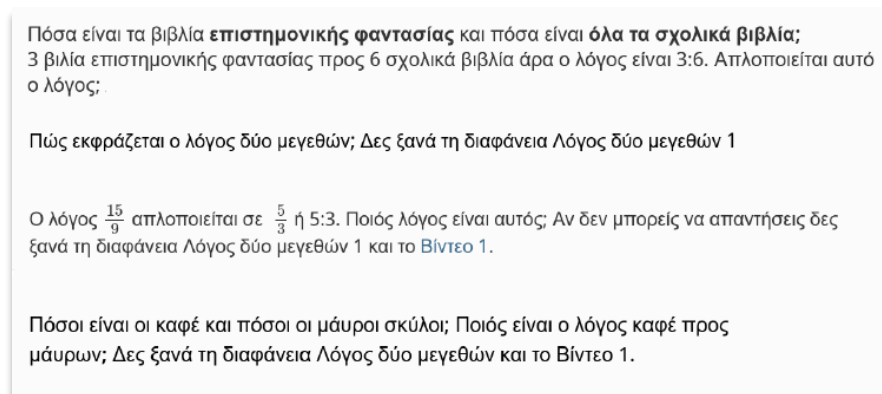
Στο παρόν υλικό σε κάθε βήμα του εκπαιδευόμενου **υπάρχει απόκριση του συστήματος**, με ιδιαίτερη έμφαση στις εργασίες αυτοαξιολόγησης όπου υπάρχει συνεχής

ανατροφοδότηση που οδηγεί το μαθητή να ανατρέξει σε υλικό αν δυσκολεύεται να απαντήσει μόνος του (Εικόνα 29).



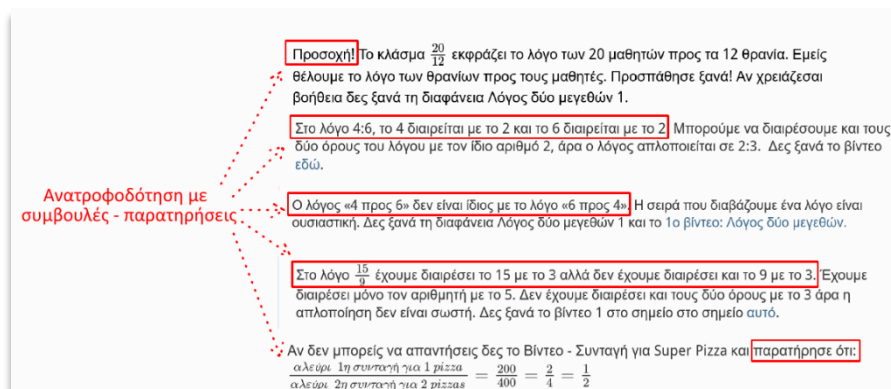
Εικόνα 29: Συνεχής ανατροφοδότηση οδηγώντας το μαθητή να ανατρέξει σε υλικό

Οι περισσότερες ασκήσεις είναι δομημένες σε μία ακολουθία ερωτήσεων - απαντήσεων δίνοντας τη δυνατότητα στο μαθητή, πατώντας το κουμπί «Επανάληψη», να επαναλάβει την άσκηση και να προσπαθήσει ξανά (Εικόνα 30).



Εικόνα 30: Ανατροφοδότηση ερωτήσεων - απαντήσεων

Δίνεται ανατροφοδότηση με παρατηρήσεις και σημεία που πρέπει να προσέξει ο εκπαιδευόμενος (Εικόνα 31).



Εικόνα 31: Ανατροφοδότηση με παρατηρήσεις

Στις περισσότερες ασκήσεις ο μαθητής έχει τη δυνατότητα να πατήσει «Υπόδειξη» και να δει προτεινόμενη λύση της άσκησης (Εικόνα 32).

| Υποδείξεις-Λύσεις σε Επιλεγμένες Ασκήσεις   |                            | Υποδείξεις-Λύσεις σε Επιλεγμένες Ασκήσεις                  |                            |
|---------------------------------------------|----------------------------|------------------------------------------------------------|----------------------------|
| Διαφάνεια 5 - Αριθμητική Εξίσωση (2/2)      | Επιστροφή στη διαφάνεια 5  | Διαφάνεια 6 - Εύρεση άγνωστου όρου με "χάσι" επίλυση       | Επιστροφή στη διαφάνεια 6  |
| Διαφάνεια 7 - Σύγκριση Αλγών - Εφαρμογή (1) | Επιστροφή στη διαφάνεια 7  | Διαφάνεια 9 - Προβλήματα Αναλογιών στην Αριθμογραμμή (2/2) | Επιστροφή στη διαφάνεια 9  |
| Διαφάνεια 8 - Σύγκριση Αλγών - Εφαρμογή (2) | Επιστροφή στη διαφάνεια 8  | Διαφάνεια 16 - Αριθμοί Φημονόσσι                           | Επιστροφή στη διαφάνεια 16 |
| Διαφάνεια 14 - Αναλογίες - Εφαρμογή (1)     | Επιστροφή στη διαφάνεια 14 |                                                            |                            |

Εικόνα 32: Υποδείξεις - Λύσεις στο τέλος των διδακτικών ενοτήτων

Οι λύσεις των ασκήσεων δίνονται είτε με τη μορφή βίντεο είτε ως εικόνα (Εικόνα 33).

The screenshot displays the Arcademic interface with several math problems and their solutions. The 'Λύση (βίντεο)' (Solution (video)) button is highlighted in red, and the 'Λύση (εικόνα)' (Solution (image)) button is also highlighted in red. The image shows a grid of math problems and their solutions, including a number line problem and a fraction problem.

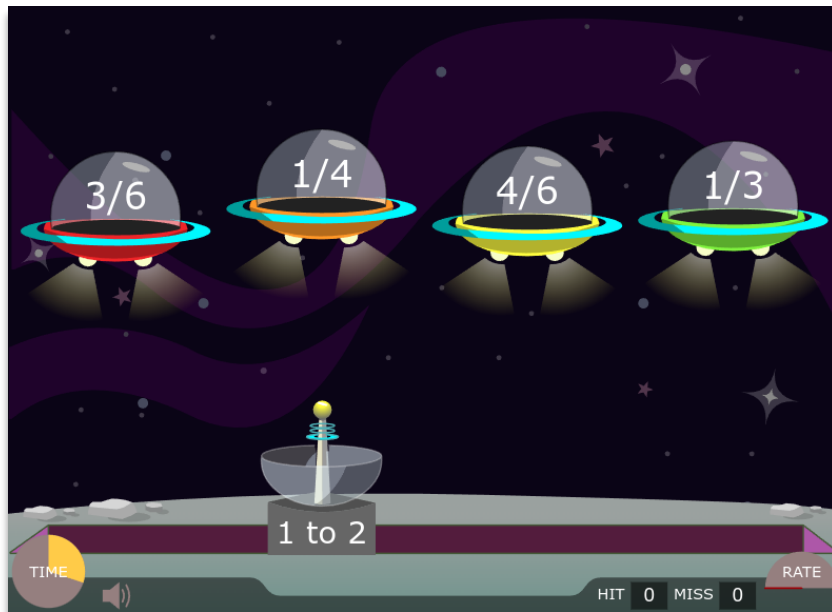
Εικόνα 33: Οι λύσεις δίνονται είτε με τη μορφή βίντεο είτε με τη μορφή εικόνας

## 4.7 Παιχνιδοποίηση (Gamification)

Εκτός από την παιχνιδοποίηση δομής που πραγματοποιήθηκε στο υλικό μέσω της συλλογής πόντων και αστεριών με βασικό στόχο τη θετική ενίσχυση των μαθητών, εφαρμόστηκε και παιχνιδοποίηση περιεχομένου.

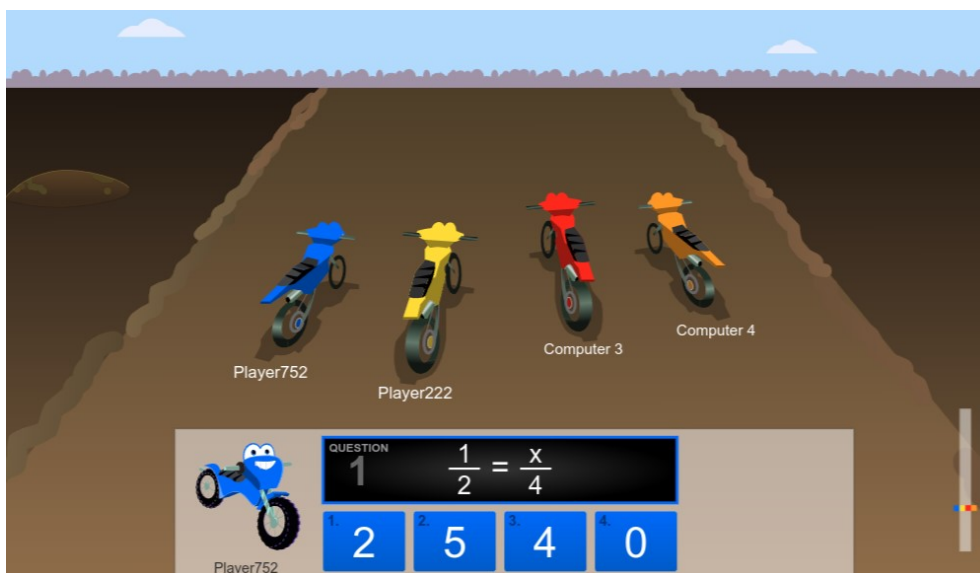
Στο εκπαιδευτικό υλικό χρησιμοποιήθηκαν δύο παιχνίδια της εταιρίας Arcademic με στόχο την ανάπτυξη αριθμητικών δεξιοτήτων σχετικών με τους λόγους και τις αναλογίες.

Α) Παιχνίδι ισοδύναμων λόγων – [Ratio Blaster](#)



Εικόνα 34: Παιχνίδι ισοδύναμων λόγων

#### B) Παιχνίδι αναλογιών – [Dirt Bike Proportions](#)



Εικόνα 35: Παιχνίδι αναλογιών

### 4.8 Μαθηματική Γνώση - Λόγοι και Αναλογίες

A) Οικοδόμηση της γνώσης μέσα από την **επίλυση προβλημάτων**.

Όλο το υλικό είναι πλούσιο σε δραστηριότητες και προβλήματα που ωθούν τους μαθητές να σκεφτούν και να αναπτύξουν τα ουσιαστικά μαθηματικά που χρειάζεται να μάθουν (Walle, 2005).

Δραστηριότητα **εφαρμογής**, συμπλήρωσης κενών με προκαθορισμένες απαντήσεις ("Σύρε τις λέξεις"), **αντίστροφων λόγων** (Εικόνα 36).

**Εφαρμογή (1):** Σύρε τα γκρι κουτιά μέσα στα μπλε πλαίσια για να φτιάξεις τους αντίστροφους, των λόγων που δίνονται παρακάτω:

|                      |                           |                                     |                      |
|----------------------|---------------------------|-------------------------------------|----------------------|
| $\frac{1}{2}$        | $\frac{AB}{\Gamma\Delta}$ | $\frac{\text{καφέ}}{\text{ζάχαρη}}$ | 2023:2024            |
| <input type="text"/> | <input type="text"/>      | <input type="text"/>                | <input type="text"/> |
| <input type="text"/> | <input type="text"/>      | <input type="text"/>                | <input type="text"/> |

AB 2023 ΓΔ 2024 2 ζάχαρη καφέ 1

Υπόδειξη: Αν δεν μπορείς να απαντήσεις δες ξανά το βίντεο 1 στο σημείο αυτό

Εικόνα 36: Σύρε τις λέξεις - Εφαρμογή Αντίστροφων Λόγων

Δραστηριότητα **κατανόησης**, πολλαπλής επιλογής (πολλαπλές απαντήσεις) στην **απλοποίηση λόγου** (Εικόνα 37).

Ο λόγος  $\frac{15}{9}$  απλοποιείται σε:

☐  $\frac{5}{9}$  ☒  $\frac{5}{3}$

☐ «5 προς 3» ☒ «3 προς 5»

☐ 3:5 ☒ 5:3

Εικόνα 37: Πολλαπλής Επιλογής - Κατανόησης Απλοποίησης Λόγου

Δραστηριότητα **εμπέδωσης**, πολλαπλής επιλογής (πολλαπλές απαντήσεις), της έννοιας του **λόγου** (Εικόνα 38)

Ένας Γεωμέτρης προσπαθώντας να λύσει μία άσκηση έχει ζωγραφίσει 12 τρίγωνα, 4 κύκλους και 6 τετράγωνα.

Ποιός είναι ο λόγος των **τετραγώνων** προς **όλα τα σχήματα**;

☐ 6:12 ☒ «3 προς 11»

☐  $\frac{6}{22}$  ☒ «6 προς 22»

Εικόνα 38: Πολλαπλής Επιλογής - Εμπέδωσης της έννοιας του Λόγου



## Δραστηριότητα **εμβάθυνσης**, πολλαπλής επιλογής, στην έννοια του **λόγου** (Εικόνα 39)

Παρακάτω φαίνονται 4 αναμειγνύσεις χυμού λεμονιού με νερό για να φτιάξουμε απτική λεμονάδα. Ποιά από τις παρακάτω αναμειγνύσεις έχει **εντονότερη γεύση λεμόνι**;

**ζητούμενο**

Η αραιότερη σε χυμό λεμονιού λεμονάδα είναι :

- ☐ 1η λεμονάδα
- ☐ 2η λεμονάδα
- ☐ 3η λεμονάδα
- ☐ 4η λεμονάδα
- 

**δραστηριότητες που καθοδηγούν τον εκπαιδευόμενο στο ζητούμενο:**

Στην πρώτη λεμονάδα ο λόγος χυμός λεμονιού προς νερό είναι:

- ☐ 2:2
- ☐ «2 ποτήρια χυμός λεμόνι προς 2 ποτήρια νερό»
- ☐ 2
- ☐  $\frac{2}{2}$
- 

Στη δεύτερη λεμονάδα ο λόγος χυμός λεμονιού προς νερό είναι:

- ☐  $\frac{3}{2}$
- ☐  $\frac{2}{3}$
- ☐ 3:2
- ☐ «2 προς 3»
- 

Στην τρίτη λεμονάδα ο λόγος χυμός λεμονιού προς νερό είναι:

- ☐  $\frac{4}{9}$
- ☐  $\frac{4}{5}$
- ☐ 4:5
- ☐  $\frac{4}{5}$
- ☐ 5:4
- 

Στην τέταρτη λεμονάδα ο λόγος χυμός λεμονιού προς νερό είναι:

- ☐ 2:4
- ☐  $\frac{1}{2}$
- ☐ 2:6
- ☐  $\frac{2}{4}$
- 

Από δύο επερίνομα κλάσματα που έχουν τον ίδιο αριθμητή μεγαλύτερο είναι εκείνο με το μεγαλύτερο παρονομαστή.

- ☐ Σωστό
- ☐ Λάθος
- 

Ο λόγος  $\frac{4}{5}$  απλοποιείται σε :

- ☐  $\frac{3}{2}$
- ☐ Δεν απλοποιείται
- ☐  $\frac{2}{3}$
- ☐  $\frac{2}{5}$
- 

Εικόνα 39: Πολλαπλής Επιλογής - Εμβάθυνσης στην έννοια του Λόγου

Β) Η ανάπτυξη **Συλλογιστικής και Αποδείξεων**, της λογικής σκέψης δηλαδή που βοηθάει στην επίλυση προβλημάτων, **οικοδομείται** σταδιακά σε όλο το εκπαιδευτικό υλικό. Ιδιαίτερα δε με τη χρήση διαδραστικών βίντεο, ο μαθητής **καθοδηγείται** στο ζητούμενο μέσα από απλές ερωτήσεις αναπτύσσοντας έτσι την ικανότητα να μπορεί **να εξηγήσει μόνος του τα βήματα που ακολούθησε για να φτάσει στη λύση**. Ενδεικτικά αναφέρονται δύο παραδείγματα.

Παράδειγμα **αναλογικής συλλογιστικής** (1) στην επίλυση προβλήματος (Εικόνα 40).

Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται ο λόγος αλεύρι προς νερό που χρησιμοποιεί ένας μάγειρας για να φτιάξει 2 πίτσες.

Ο ίδιος μάγειρας χρησιμοποιώντας την ίδια συνταγή θέλει να φτιάξει **8 πίτσες**. Ποιάς είναι **η** **λόγος αλεύρι προς νερό** που θα χρησιμοποιήσει;

**ζητούμενο**

Ο λόγος αλεύρι προς νερό για τις 8 πίτσες που θέλει να φτιάξει ο σεφ είναι:

- ☐  $\frac{48}{32}$
- ☐  $\frac{24}{16}$
- 

**δραστηριότητες που καθοδηγούν τον εκπαιδευόμενο στο ζητούμενο:**

Ποιάς είναι ο λόγος **αλεύρι προς νερό** που φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα;

- ☐  $\frac{4}{6}$
- ☐  $\frac{6}{4}$
- 

Αφού ο λόγος  $\frac{6}{4}$  είναι ο λόγος αλεύρι προς νερό για **δύο** πίτσες, αν θέλουμε να κάνουμε **αναγωγή στη μονάδα** και να βρούμε τον ίδιο λόγο για **μία** πίτσα αρκεί να **διαιρέσουμε** και τους δύο όρους του λόγου με το 2.

- ☐ Σωστό
- ☐ Λάθος
-



Παράδειγμα **αναλογικής συλλογιστικής** (2) στην επίλυση προβλήματος (Εικόνα 41).

Σε μία σχολική αίθουσα, ο λόγος όλων των **θρανίων** προς τα **όλα τα παιδιά της τάξης** είναι  $\frac{1}{2} \frac{\text{Θρανίο}}{\text{Μαθητές}}$ .

Κάθεται κάποιο παιδί μόνο του σε κάποιο θρανίο;

☐ Όχι

☐ Ναι

Εικόνα 41: Παράδειγμα (2) αναλογικής συλλογιστικής

### Γ) Επικοινωνία

Ο καλύτερος τρόπος για να «παλέψεις με μία ιδέα» είναι να προσπαθήσεις να το εκφράσεις με προφορικό ή γραπτό λόγο σε κάποιον άλλο (Walle, 2005). Συνεργατική δραστηριότητα εφόρμησης και μελέτης της προϋπάρχουσας γνώσης ως προς την έννοια της **σύγκρισης μεγεθών** (Εικόνα 42)



### 1η Συνεργατική Δραστηριότητα

Σκέψου δύο μεγέθη που θα μπορούσες να συγκρίνεις .

Στη συνέχεια γράψε ένα λόγο για τον οποίο θα χρειαζόταν να κάνεις αυτή τη σύγκριση στη καθημερινή σου ζωή.

Απάντησε στο παρακάτω σύνδεσμο στο συνεργατικό μας τοίχο.



Εικόνα 42: Συνεργατική δραστηριότητα εφόρμησης

### Δ) Συσχετισμοί

Ως προς τους συσχετισμούς το εκπαιδευτικό υλικό κινήθηκε σε δύο άξονες:

1ος άξονας: Κάθε μαθηματική ιδέα δομήθηκε πάνω σε άλλες, συνθέτοντας έτσι ένα χρήσιμο δίκτυο αλληλένδετων ιδεών (Walle, 2005).

Όλη η 2η διδακτική ενότητα (Από τους Λόγους στις Αναλογίες) λειτουργεί ως συνδετικός κρίκος της έννοιας του λόγου με την έννοια της αναλογίας.

Ο μαθητής, αφού έχει κατανοήσει την έννοια του λόγου στην 1η ΔΕ, στην αρχή της 2ης ΔΕ ξεκινάει με μία δραστηριότητα συμπλήρωσης κενών από προκαθορισμένες απαντήσεις (Σύρε τις λέξεις), σύνθετης **σχέσης αριθμών** απαραίτητης γνώσης πριν από τη διδασκαλία

των αναλογιών (Εικόνα 43). Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι ασκήσεις στην ΕξΑΕ πρέπει **να μπορούν να λυθούν** με μεγάλη πιθανότητα από το μαθητή (Παπαμαστοράκης, 2001) και επειδή η συγκεκριμένη άσκηση έχει υπολογισμούς που οι μαθητές αντιμετωπίζουν ιδιαίτερες δυσκολίες, στην άσκηση ορίστηκε κάθε κουτί να «δέχεται» μόνο τη σωστή απάντηση και καμία άλλη.

Σύρε κατάλληλους αριθμούς από τις δύο στήλες δεξιά για να συμπληρώσεις τις ισότητες :

|                                         |                                     |                                |                                |
|-----------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| $5 \times \frac{1}{\square} = 1$        | $18 \times \frac{\square}{18} = 79$ | <input type="text" value="0"/> | <input type="text" value="5"/> |
| $3 \times \frac{\square}{\square} = 17$ | $8 \times \frac{\square}{4} = 2$    | <input type="text" value="1"/> | <input type="text" value="6"/> |
| $2,7 : \square = 0,9$                   | $22 \times \frac{1}{11} = \square$  | <input type="text" value="2"/> | <input type="text" value="7"/> |
|                                         |                                     | <input type="text" value="3"/> | <input type="text" value="8"/> |
|                                         |                                     | <input type="text" value="4"/> | <input type="text" value="9"/> |

Έλεγχος Υποδείξη

Εικόνα 43: Σύρε τις λέξεις - Κάθε κουτί δέχεται μόνο τη σωστή απάντηση

Απαραίτητη γνώση πριν από τη διδασκαλία των αναλογιών αποτελεί η σύγκριση λόγων με παραπομπή και υπενθύμιση τη **σύγκριση κλασμάτων** (Εικόνα 44).

Σύγκριση Λόγων (2/3)

Εφαρμογή (1)

Συμπλήρωσε τα κενά με ένα από τα σύμβολα <, >, =.

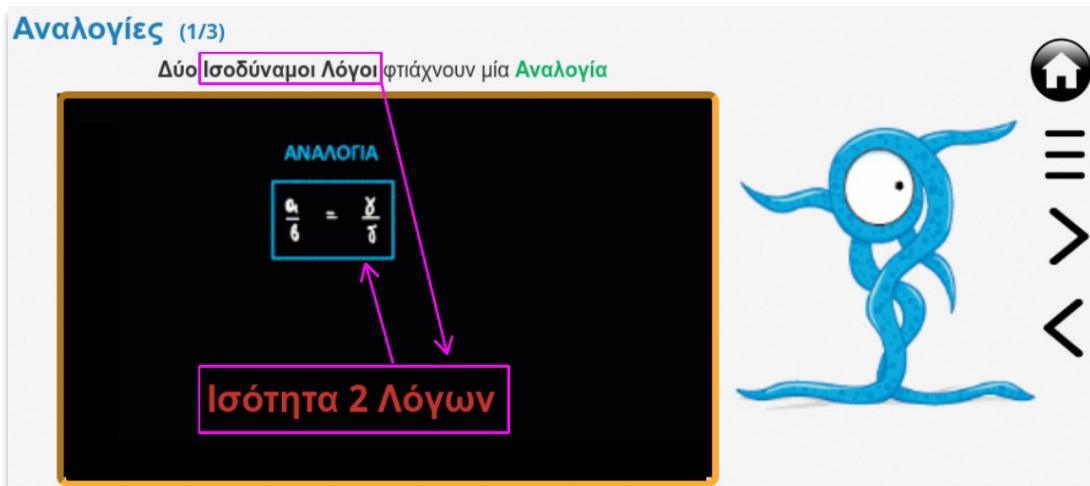
|               |                      |                |               |                      |                  |               |                      |                |
|---------------|----------------------|----------------|---------------|----------------------|------------------|---------------|----------------------|----------------|
| $\frac{1}{2}$ | <input type="text"/> | $\frac{1}{5}$  | $\frac{2}{5}$ | <input type="text"/> | $\frac{6}{15}$   | $\frac{3}{8}$ | <input type="text"/> | $\frac{1}{4}$  |
| $\frac{2}{9}$ | <input type="text"/> | $\frac{7}{9}$  | $\frac{3}{4}$ | <input type="text"/> | $\frac{4}{3}$    | $\frac{1}{7}$ | <input type="text"/> | $\frac{4}{28}$ |
| $\frac{1}{3}$ | <input type="text"/> | $\frac{6}{18}$ | $\frac{1}{3}$ | <input type="text"/> | $\frac{1}{2023}$ | $\frac{6}{5}$ | <input type="text"/> | $\frac{3}{2}$  |

Έλεγχος Υποδείξη

Μία μικρή επανάληψη στη σύγκριση κλασμάτων

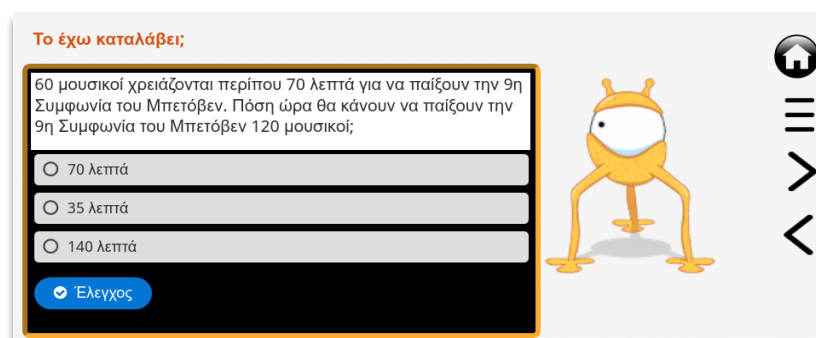
Εικόνα 44: Σύγκριση Κλασμάτων Σύγκριση Λόγων Αναλογία Σχέση Ισότητας

Η αναλογία γίνεται κατανοητή εφόσον ο μαθητής έχει κατανοήσει τις έννοιες του **λόγου** και των **ισοδύναμων λόγων** (Εικόνα 45).



Εικόνα 45: Λόγοι, ισοδύναμοι λόγοι, αναλογία

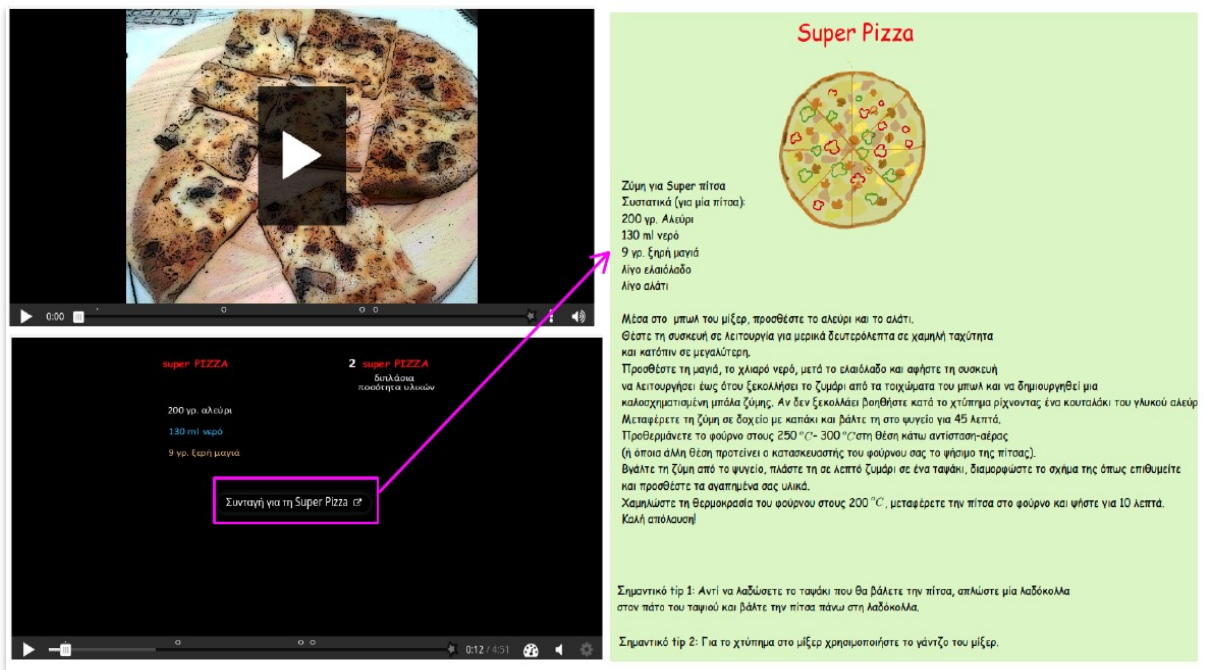
Δεν είναι όλες οι αριθμητικές σχέσεις γραμμικές (Εικόνα 46)



Εικόνα 46: Δεν είναι όλες οι σχέσεις αριθμών γραμμικές

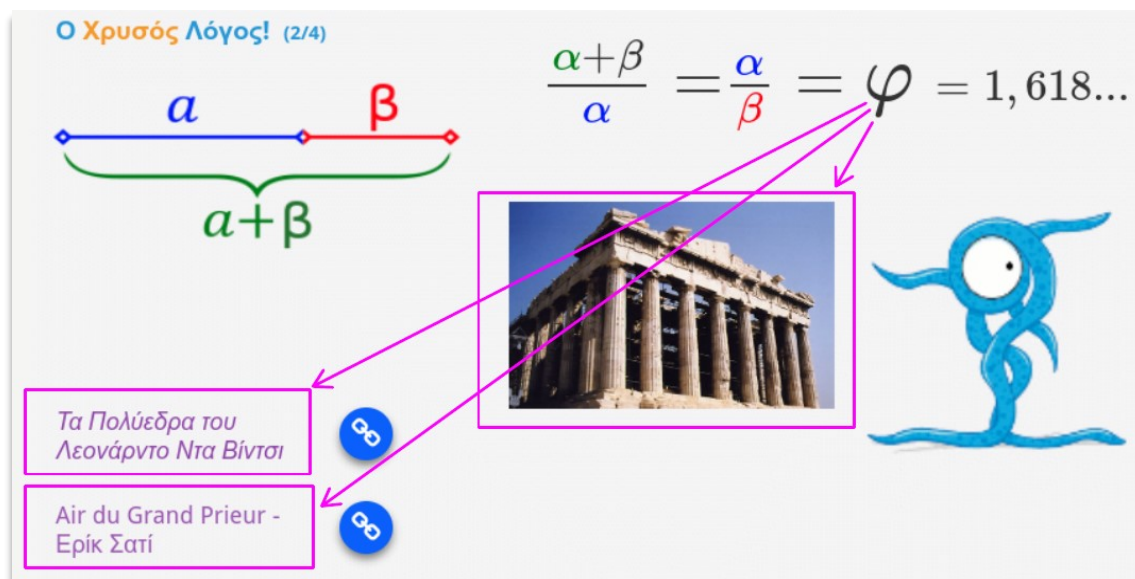
2ος άξονας: Επιλέχθηκαν δραστηριότητες και προβλήματα συνδεδεμένα με τον πραγματικό κόσμο και με άλλες επιστήμες (Walle, 2005).

Επίλυση προβλήματος αναλογιών με πραγματική συνταγή πίτσας που δίνεται στο μαθητή (Εικόνα 47).



Εικόνα 47: Πρόβλημα Αναλογιών με πραγματική συνταγή πίτσας

Σύνδεση του αριθμού  $\varphi$  με ζωγραφική, μουσική και αρχιτεκτονική (Εικόνα 48)



Εικόνα 48: Ο αριθμός  $\varphi$  στην τέχνη και την επιστήμη

## Ε) Αναπαράσταση

Ως προς την αναπαράσταση το εκπαιδευτικό υλικό κινήθηκε σε δύο άξονες:

### 1ος άξονας: Συμβολισμός

Ο συμβολισμός στα μαθηματικά καλό είναι να λαμβάνεται από τους μαθητές ως τρόπο μετάδοσης ιδεών σε άλλους ανθρώπους και όχι ως σύμβολα χωρίς νόημα (Walle, 2005). Για

το λόγο αυτό στο εκπαιδευτικό υλικό χρησιμοποιήθηκε αυστηρά **τυπική μαθηματική γλώσσα** (συμβολισμός και ανάγνωση) (Εικόνα 49).

Η σχέση αυτή μπορεί να εκφραστεί:

α) Με λόγια: «ο λόγος του  $\alpha$  προς το  $\beta$ ».

β) Με το σύμβολο της διαίρεσης:  $\alpha : \beta$  και διαβάζεται «α προς β».

γ) Ως κλάσμα:  $\frac{\alpha}{\beta}$  και διαβάζεται «α προς β».

Το κλάσμα αυτό έχει **αριθμητή το ένα μέγεθος και παρονομαστή το άλλο μέγεθος**.

|         |          |
|---------|----------|
| Μέγεθος | $\alpha$ |
| Μέγεθος | $\beta$  |

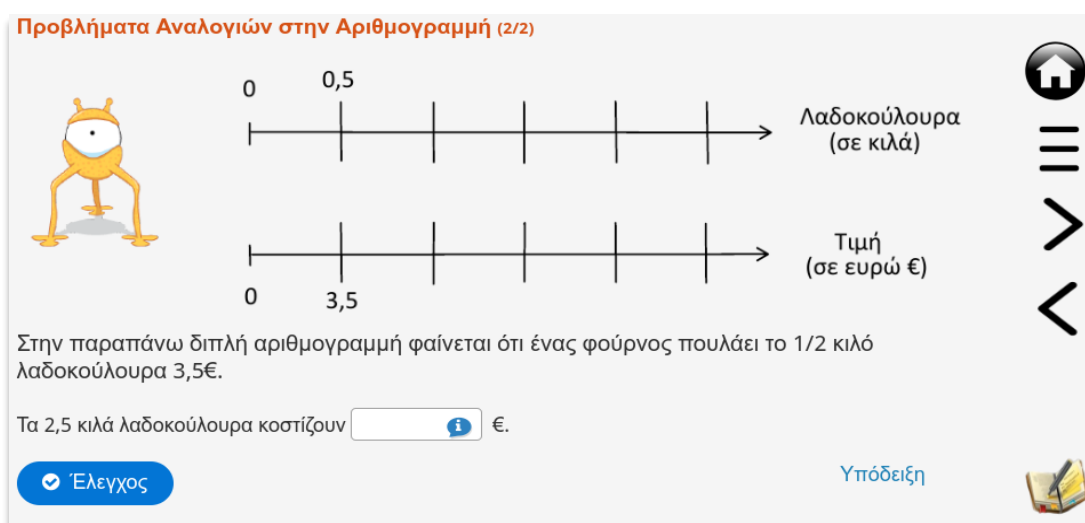
Εικόνα 49: Χρήση τυπικής μαθηματικής γλώσσας

Σε όλο το υλικό η κλασματική μορφή των λόγων γράφεται σε τυπική μορφή  $\frac{\alpha}{\beta}$  και όχι στη μορφή  $\alpha/\beta$ . Καμία αναλογία δεν εμφανίζεται ως  $\alpha/\beta = \gamma/\delta$  και όλες εκφράζονται σε τυπική μαθηματική γλώσσα  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ .

## 2ος άξονας: Αναπαράσταση

Ως προς το δεύτερο άξονα η απεικόνιση και η οπτικοποίηση των μαθηματικών όπως γραφήματα, πίνακες κ.α. είναι πολύ σημαντική στην κατανόηση και εμπέδωση αφηρημένων εννοιών (Walle, 2005). Η χρήση τρόπων **αναπαράστασης** στην επίλυση προβλημάτων όπως προβλήματα που η πολλαπλασιαστική σχέση των συγκρινόμενων μεγεθών είναι λιγότερο διακριτή, η αναπαράσταση με τη χρήση **διπλής αριθμογραμμής** ή με **διάγραμμα ταινίας** μπορεί να βοηθήσει την κατανόηση και τη μετέπειτα επίλυση δυσκολότερων προβλημάτων με ποσοστά (Κολέζα, 2020).

Πρόβλημα αναλογιών με χρήση διπλής αριθμογραμμής (Εικόνα 50)





## Πρόβλημα με χρήση διαγράμματος ταινίας (Εικόνα 51)

**Προβλήματα Αναλογιών σε διάγραμμα ταινίας (2/2)**

Στο παρακάτω διάγραμμα ταινίας φαίνεται ο λόγος πράσινο προς γαλάζιο χρώμα που αναμειγνύει ένας ζωγράφος για να φτιάξει μία απόχρωση. Αν ο ζωγράφος έχει 5 μέρη πράσινο πόσα μέρη γαλάζιο χρώμα θα χρειαστεί για να φτιάξει την ίδια απόχρωση;

Πράσινο (σε μέρη) 

Γαλάζιο (σε μέρη)

Ποιός είναι ο λόγος πράσινο προς γαλάζιο που δίνεται;

Υπόδειξη: 

Εικόνα 51: Χρήση διαγράμματος ταινίας (tape diagram)

## Χρήση πινάκων είτε σε θεωρία είτε σε ασκήσεις (Εικόνα 52).

**Σύγκριση Λόγων (3/3)**

**Εφαρμογή (2)**

Στο διπλανό πίνακα φαίνεται ο λόγος ζάχαρης προς καφέ τεσσάρων καφέδων ίδιας ποσότητας νερού, που έφτιαξε ένας καφετζής. Ποιός από τους καφέδες είναι πιο γλυκός; (Διαλέγεις ένα μόνο καφέ).

☐ καφές 1

☐ καφές 2

☐ καφές 3

☐ καφές 4

☒ Έλεγχος

Υπόδειξη

**Ισοδύναμοι Λόγοι (1/4)**

Αν πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε και τους δύο όρους ενός λόγου με τον ίδιο αριθμό παίρνουμε έναν ισοδύναμο λόγο.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται 3 ισοδύναμοι λόγοι του  $\frac{4}{6}$

**Πίνακας**

| Αρχικός Λόγος | Διαρέσαμε και τους δύο όρους του λόγου με το 2 | Πολλαπλασιάσαμε και τους δύο όρους του λόγου με το 3 | Πολλαπλασιάσαμε και τους δύο όρους του λόγου με το 12 |
|---------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| 4             | 2                                              | 12                                                   | 48                                                    |
| 6             | 3                                              | 18                                                   | 72                                                    |

Εικόνα 52 Πίνακες

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### 5. Αξιολόγηση και αποτίμηση εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού - Λόγοι και Αναλογίες ΣΤ' Δημοτικού

Η παρούσα έρευνα πραγματεύεται το σχεδιασμό, υλοποίηση και την αξιολόγηση εκπαιδευτικού υλικού με τη μέθοδο της ΕξΑΕ για την ενίσχυση της διδασκαλίας των ενοτήτων 30, 31 και 32 (Λόγοι και Αναλογίες) στα μαθηματικά της ΣΤ' Δημοτικού. Στα προηγούμενα κεφάλαια αναλύθηκε ο σχεδιασμός και η υλοποίηση του εκπαιδευτικού υλικού και στο παρόν κεφάλαιο γίνεται η αποτίμησή του από ειδικούς αξιολογητές.

#### 5.1 Σχεδιασμός Αξιολόγησης

Ο σχεδιασμός της αξιολόγησης του εκπαιδευτικού υλικού (ΕΥ) βασίστηκε στο μοντέλο TRACK όπως παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 3. Σύμφωνα με το μοντέλο TRACK εκτός από τα τρία βασικά γνωστικά αντικείμενα (Τεχνολογικό, Παιδαγωγικό και Περιεχόμενο) που είναι απαραίτητα για το σχεδιασμό και υλοποίηση εξ αποστάσεως υλικού, εξίσου σημαντικές είναι και οι μεταξύ τους τομές- αλληλεπιδράσεις, Παιδαγωγική και Γνώση Περιεχομένου (PCK), Τεχνολογική και Παιδαγωγική Γνώση (TPK), Τεχνολογική και Γνώση Περιεχομένου (TCK).

Η αποτίμηση του υλικού πραγματοποιήθηκε σε αυτές τις αλληλεπιδράσεις - τομές με βάση τα ερευνητικά ερωτήματα της έρευνας:

Σχετικά με το **1ο ερευνητικό ερώτημα**: «Ποιες είναι οι προδιαγραφές για τη δημιουργία εξ αποστάσεως υλικού για τη διδασκαλία των αναλογιών στα μαθηματικά της ΣΤ' Δημοτικού;» έγινε αποτίμηση του ΕΥ ως προς το περιεχόμενο των τομών **Παιδαγωγική και Γνώση Περιεχομένου (PCK)** και **Τεχνολογική και Γνώση Περιεχομένου (TCK)** όπως παρουσιάστηκαν στις ενότητες [3.4](#) και [3.6](#) αντιστοίχως στο κεφάλαιο 3.

Σχετικά με το **2ο ερευνητικό ερώτημα** «Το εκπαιδευτικό υλικό διέπεται από τις αρχές και τη μεθοδολογία της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης;» και το **3ο ερευνητικό ερώτημα** «Το εκπαιδευτικό υλικό έχει δημιουργηθεί σύμφωνα με τις αρχές της πολυμεσικής μάθησης;» έγινε αποτίμηση του ΕΥ ως προς το περιεχόμενο της τομής **Τεχνολογική και Παιδαγωγική Γνώση (TPK)** όπως παρουσιάστηκε και αναλύθηκε στην ενότητα [3.7](#) στο κεφάλαιο 3 .

## 5.2 Συλλογή και επεξεργασία δεδομένων

Η ερευνητική μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε είναι η Έρευνα Απόψεων (Ποιοτική Έρευνα) και ως μέσο συλλογής δεδομένων η ατομική ημιδομημένη συνέντευξη με ανοιχτού τύπου ερωτήσεις.

Η κωδικοποίηση και επεξεργασία των δεδομένων έγινε με την τεχνική της Ανάλυσης Περιεχομένου και πιο συγκεκριμένα την Ποιοτική Ανάλυση Περιεχομένου και ως μονάδα ανάλυσης επιλέχτηκε η απάντηση που δόθηκε σε κάθε ερώτηση η οποία έχει αυτοτελές εννοιολογικό και θεματικό περιεχόμενο. Σύμφωνα με τα τρία βασικά προς διερεύνηση αντικείμενα (PCK, TCK, TPK) έγινε κατηγοριοποίηση (κωδικοποίηση) που πραγματοποιήθηκε με γνώμονα τις αρχές της εξαντλητικότητας, της καταλληλότητας και την αρχή του αμοιβαίου αποκλεισμού. Οι άξονες ανά ερευνητικό ερώτημα και τα αντίστοιχα αντικείμενα-κατηγορίες ανά άξονα που ορίστηκαν εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα 1:

| Παιδαγωγική & Γνώση Περιεχομένου (PCK)                |                                                        |
|-------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| 1ος άξονας: Παιδαγωγική και Γνώση Περιεχομένου του ΕΥ |                                                        |
| α)                                                    | Μαθησιακοί στόχοι                                      |
| β)                                                    | Οικοδόμηση της γνώσης                                  |
| γ)                                                    | Συλλογιστική σκέψη – Αναλογική Συλλογιστική            |
| δ)                                                    | Επικοινωνία                                            |
| ε)                                                    | Συσχετισμοί: Εννοιών - Σύνδεση με τον πραγματικό κόσμο |
| στ)                                                   | Συμβολισμός και ανάγνωση                               |
| ζ)                                                    | Αναπαράσταση                                           |
| Τεχνολογική & Γνώση Περιεχομένου (TCK)                |                                                        |
| 2ος άξονας: Τεχνολογική και Γνώση Περιεχομένου του ΕΥ |                                                        |
| α)                                                    | Θετική ενίσχυση                                        |
| β)                                                    | Ανατροφοδότηση                                         |
| γ)                                                    | Εξατομικευμένη διδασκαλία                              |
| δ)                                                    | Προγραμματισμένη διδασκαλία                            |
| ε)                                                    | Επίπεδο δυσκολίας                                      |
| στ)                                                   | Δομή περιεχομένου                                      |
| 3ος άξονας: Εγκυρότητα του υλικού                     |                                                        |

1ο Ερευνητικό Ερώτημα:  
«Ποιες είναι οι προδιαγραφές για τη δημιουργία εξ αποστάσεως υλικού για τη διδασκαλία των αναλογιών στα μαθηματικά της ΣΤ΄ Δημοτικού;»



|                                                                               |                                          |                                                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| α) Εγκυρότητα γνωστικού αντικειμένου                                          |                                          |                                                                                                                                   |
| β) Τεκμηρίωση γνωστικού αντικειμένου                                          |                                          |                                                                                                                                   |
| 4ος άξονας: Δυνατά σημεία του ΕΥ                                              |                                          |                                                                                                                                   |
| 5ος άξονας: Προτάσεις βελτίωσης του ΕΥ                                        |                                          |                                                                                                                                   |
|                                                                               |                                          |                                                                                                                                   |
| Τεχνολογική & Παιδαγωγική Γνώση (TPK)                                         |                                          | 2ο Ερευνητικό<br>Ερώτημα:<br><br>«Το εκπαιδευτικό υλικό διέπεται από τις αρχές και τη μεθοδολογία της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης;» |
| 1ος άξονας: Επιστημονική συνοχή / Τεκμηρίωση                                  |                                          |                                                                                                                                   |
| α)                                                                            | Βιβλιογραφία - Πηγές                     |                                                                                                                                   |
| β)                                                                            | Συγκριτική ανάλυση                       |                                                                                                                                   |
| γ)                                                                            | Ερμηνεία – Κριτική συζήτηση              |                                                                                                                                   |
| δ)                                                                            | Εξωτερικές πηγές                         |                                                                                                                                   |
| 2ος άξονας: Απλή – κατανοητή παρουσίαση γνωστικού αντικειμένου                |                                          |                                                                                                                                   |
| α)                                                                            | Ύφος γραφής προφορικού λόγου             |                                                                                                                                   |
| β)                                                                            | Πυκνότητα πληροφοριών                    |                                                                                                                                   |
| γ)                                                                            | Τμηματική παρουσίαση                     |                                                                                                                                   |
| δ)                                                                            | Δομικά στοιχεία υλικού                   |                                                                                                                                   |
| ε)                                                                            | Χρωματικές συνθέσεις                     |                                                                                                                                   |
| 3ος άξονας: Ευχρηστία ΕΥ                                                      |                                          |                                                                                                                                   |
| α)                                                                            | Κουμπιά πλοήγησης                        |                                                                                                                                   |
| β)                                                                            | Εικονίδια                                |                                                                                                                                   |
| γ)                                                                            | Ευκολία πλοήγησης                        |                                                                                                                                   |
| δ)                                                                            | Ακρίβεια πλοήγησης                       |                                                                                                                                   |
| 4ος άξονας: Υποστήριξη – καθοδήγηση στη μελέτη                                |                                          |                                                                                                                                   |
| α)                                                                            | Συμβουλευτική υποστήριξη                 |                                                                                                                                   |
| β)                                                                            | Σήμανση                                  |                                                                                                                                   |
| γ)                                                                            | Επεξήγηση                                |                                                                                                                                   |
| 5ος άξονας: Υποστήριξη της αλληλεπίδρασης με τον εκπαιδευόμενο στη μελέτη του |                                          |                                                                                                                                   |
| α)                                                                            | Ενθάρρυνση ως προς την έκφραση απόψεων   |                                                                                                                                   |
| β)                                                                            | Ενθάρρυνση ως προς την έκφραση ερωτήσεων |                                                                                                                                   |

|                                                                                   |                                     |                                                                                                                          |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| γ)                                                                                | Συναισθηματική εμπλοκή με το ΕΥ     |                                                                                                                          |
| δ)                                                                                | Ενθάρρυνση ανταλλαγής απόψεων       |                                                                                                                          |
| ε)                                                                                | Ενθάρρυνση κοινωνικοποίησης         |                                                                                                                          |
| στ)                                                                               | Εμπλουτισμός απόψεων - γνώσεων      |                                                                                                                          |
| <b>6ος άξονας: Δυνατότητα αναστοχασμού και αυτοαξιολόγησης του εκπαιδευόμενου</b> |                                     |                                                                                                                          |
| α)                                                                                | Δραστηριότητες αυτοαξιολόγησης      |                                                                                                                          |
| β)                                                                                | Ενθάρρυνση αυτόνομης σκέψης         |                                                                                                                          |
| γ)                                                                                | Ανατροφοδότηση                      |                                                                                                                          |
| δ)                                                                                | Συσχετισμοί                         |                                                                                                                          |
| <b>7ος άξονας: Σκοπός και Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα</b>                 |                                     |                                                                                                                          |
| α)                                                                                | Σκοπός                              |                                                                                                                          |
| β)                                                                                | Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα |                                                                                                                          |
| γ)                                                                                | Έλεγχος μαθησιακών στόχων           |                                                                                                                          |
| <b>8ος άξονας: Δυνατά σημεία του ΕΥ</b>                                           |                                     |                                                                                                                          |
| <b>9ος άξονας: Προτάσεις βελτίωσης του ΕΥ</b>                                     |                                     |                                                                                                                          |
| <b>Τεχνολογική &amp; Παιδαγωγική Γνώση (TPK)</b>                                  |                                     | <b>3ο Ερευνητικό Ερώτημα:</b><br>«Το εκπαιδευτικό υλικό έχει δημιουργηθεί σύμφωνα με τις αρχές της πολυμεσικής μάθησης;» |
| <b>1ος άξονας: Εφαρμογή αρχών πολυμεσικής μάθησης</b>                             |                                     |                                                                                                                          |
| α)                                                                                | Πολυμεσικότητα                      |                                                                                                                          |
| β)                                                                                | Τροπικότητα                         |                                                                                                                          |
| γ)                                                                                | Συνοχή                              |                                                                                                                          |
| δ)                                                                                | Προσωποποίηση                       |                                                                                                                          |
| ε)                                                                                | Φωνή                                |                                                                                                                          |
| στ)                                                                               | Εικόνα                              |                                                                                                                          |
| ζ)                                                                                | Κατάτμηση                           |                                                                                                                          |
| η)                                                                                | Σηματοδότηση                        |                                                                                                                          |
| θ)                                                                                | Προπαίδευση                         |                                                                                                                          |
| <b>2ος άξονας: Δυνατά σημεία του ΕΥ</b>                                           |                                     |                                                                                                                          |
| <b>3ος άξονας: Προτάσεις βελτίωσης του ΕΥ</b>                                     |                                     |                                                                                                                          |

### 5.3 Χρονική περίοδος

Ο σχεδιασμός της έρευνας πραγματοποιήθηκε το Μάρτιο του 2023 και υλοποιήθηκε σε δύο στάδια το Μάιο και Απρίλιο του 2023.

### 5.4 Συμμετέχοντες στην έρευνα

Για την αξιολόγηση των αντικειμένων **Παιδαγωγική & Γνώση Περιεχομένου (PCK)** και **Τεχνολογική & Γνώση Περιεχομένου (TCK)** σχετικά με το 1ο ερευνητικό ερώτημα συμμετείχαν δύο δάσκαλοι (δημοτικής εκπαίδευσης) (Δ1, Δ2) και τρεις μαθηματικοί (δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης) (Μ1, Μ2, Μ3). Για την αξιολόγηση του αντικειμένου **Τεχνολογική & Παιδαγωγική Γνώση (TPK)** ως προς το 2ο και 3ο ερευνητικό ερώτημα, συμμετείχαν στην έρευνα τρεις εκπαιδευτικοί ειδικοί στην εξ αποστάσεως εκπαίδευση (ΕΑ1, ΕΑ2, ΕΑ3).

Στον παρακάτω πίνακα 2 φαίνεται το προφίλ των αξιολογητών εκπαιδευτικών και το αντίστοιχο ερευνητικό ερώτημα στο οποίο συμμετείχαν:

| Αξιολογητής | Φύλλο   | Πτυχίο                            | 2ο Πτυχίο  | Μεταπ/κός τίτλος                              | Χρόνια προϋπ/σίας | Συμμετοχή                    |                              |
|-------------|---------|-----------------------------------|------------|-----------------------------------------------|-------------------|------------------------------|------------------------------|
| <b>Δ1</b>   | Γυναίκα | Παιδαγωγικό Δημοτικής Εκπαίδευσης | Ψυχολογίας |                                               | 14                | <b>1ο</b> ερευνητικό ερώτημα |                              |
| <b>Δ2</b>   | Γυναίκα | Παιδαγωγικό Δημοτικής Εκπαίδευσης |            |                                               | 15                |                              |                              |
| <b>Μ1</b>   | Άνδρας  | Μαθηματικό                        |            |                                               | 30                |                              |                              |
| <b>Μ2</b>   | Άνδρας  | Μαθηματικό                        |            | Μαθηματική Προσομοίωση & Τεχνικές Υπολογισμών | 18                |                              |                              |
| <b>Μ3</b>   | Άνδρας  | Μαθηματικό                        |            |                                               | 26                |                              |                              |
| <b>ΕΑ1</b>  | Γυναίκα | Παιδαγωγικό Δημοτικής Εκπαίδευσης |            | ΤΠΕ & Εξ αποστάσεως εκπαίδευση/ eLearning     | 15                | <b>2ο</b> ερευνητικό ερώτημα | <b>3ο</b> ερευνητικό ερώτημα |
| <b>ΕΑ2</b>  | Άνδρας  | Επιστήμη Υπολογιστών              |            | ΤΠΕ & Εξ αποστάσεως εκπαίδευση/ eLearning     | 18                |                              |                              |

|     |        |            |  |                                           |    |  |  |
|-----|--------|------------|--|-------------------------------------------|----|--|--|
| ΕΑ3 | Ανδρας | Μαθηματικό |  | ΤΠΕ & Εξ αποστάσεως εκπαίδευση/ eLearning | 30 |  |  |
|-----|--------|------------|--|-------------------------------------------|----|--|--|

Πίνακας 2: Το προφίλ των συμμετεχόντων αξιολογητών εκπαιδευτικών

## 5.5 Ανάλυση αποτελεσμάτων

### 5.5.1 1ο Ερευνητικό Ερώτημα:

«Ποιές είναι οι προδιαγραφές για τη δημιουργία εξ αποστάσεως υλικού για τη διδασκαλία των αναλογιών στα Μαθηματικά της ΣΤ' Δημοτικού;»

#### 5.5.1.1 Παιδαγωγική και Γνώση Περιεχομένου (PCK)

#### 1ος άξονας: Παιδαγωγική και Γνώση Περιεχομένου (PCK)

##### α) Μαθησιακοί στόχοι

- Το εκπαιδευτικό υλικό ανταποκρίνεται στους μαθησιακούς στόχους που τίθενται στην περιγραφή του μαθήματος για τη διδασκαλία των αναλογιών;

Όλοι οι εκπαιδευτικοί αξιολογητές συμφωνούν ότι το ΕΥ ανταποκρίνεται πλήρως στους διδακτικούς στόχους της διδασκαλίας λόγων και αναλογιών που τίθενται στην περιγραφή του μαθήματος, τόσο σε επίπεδο γνώσεων όσο και σε επίπεδο δεξιοτήτων και στάσεων.

*Δ1. Το ΕΥ ανταποκρίνεται απόλυτα στους μαθησιακούς στόχους που τίθενται στην περιγραφή του μαθήματος και στις επί μέρους διδακτικές ενότητες.*

*Δ2. Το ΕΥ ανταποκρίνεται πλήρως στους μαθησιακούς στόχους σε όλα τα επίπεδα (γνωστικό, δεξιοτήτων, στάσεων).*

*Μ1. Το ΕΥ ανταποκρίνεται απόλυτα στους μαθησιακούς στόχους που τίθενται στην περιγραφή του μαθήματος και στα εισαγωγικά στοιχεία κάθε διδακτικής ενότητας.*

*Μ2. Όλοι οι στόχοι που διατυπώνονται στην περιγραφή του μαθήματος σε επίπεδο γνώσεων (μαθηματικές έννοιες), σε επίπεδο δεξιοτήτων (αριθμητικές πράξεις και συλλογιστική) αλλά και σε επίπεδο στάσεων ικανοποιούνται πλήρως.*

*Μ3. Στο ΕΥ διδάσκονται όλες οι μαθηματικές έννοιες όπως διατυπώνονται στην περιγραφή του μαθήματος.*

##### β) Οικοδόμηση της γνώσης

- Στο εκπαιδευτικό υλικό η γνώση οικοδομείται μέσα από δραστηριότητες και ασκήσεις;

Όλοι οι αξιολογητές συμφωνούν ότι η μαθηματική γνώση οικοδομείται μέσα από κατάλληλες ασκήσεις και δραστηριότητες, δίνοντας τη δυνατότητα στο μαθητή να επεξεργαστεί, να κατανοήσει και να ενσωματώσει τη νέα πληροφορία σε προηγούμενη γνώση και εμπειρίες.

*Δ1. Στο ΕΥ η γνώση οικοδομείται σταδιακά κάτι που γίνεται φανερό και από τους ίδιους τους τίτλους των διδακτικών ενοτήτων (Λόγοι, Από τους Λόγους στις Αναλογίες, Αναλογίες). Οι δραστηριότητες και οι ασκήσεις βοηθάνε σε απόλυτο βαθμό.*

*Δ2. Η γνώση οικοδομείται μέσα από δραστηριότητες και ασκήσεις που προσδίδουν νόημα στις έννοιες.*

*Μ1. Στο ΕΥ η γνώση οικοδομείται μέσα από την επίλυση προβλημάτων (ασκήσεων και δραστηριοτήτων).*

*Μ2. Όλες οι μαθηματικές έννοιες οικοδομούνται μέσα από κατάλληλες δραστηριότητες και ασκήσεις.*

*Μ3. Η γνώση οικοδομείται μέσα από την επίλυση προβλημάτων που δίνουν τη δυνατότητα στο μαθητή να εξερευνήσει, να προβληματιστεί και να κατανοήσει τη νέα πληροφορία συνδέοντας την με προηγούμενη γνώση.*

### **γ) Συλλογιστική σκέψη - Αναλογική Συλλογιστική**

- Το εκπαιδευτικό υλικό «συμμαζεύει» και βάζει σε «τάξη το νου» αναπτύσσοντας την αναλογική συλλογιστική ικανότητα (που περιλαμβάνει πολλαπλασιαστικές σχέσεις εννοιών και τη σύνδεση τους μέσω τυπικής σκέψης στην επίλυση προβλημάτων);

Τρεις αξιολογητές (Δ1, Δ2, Μ2) συμφωνούν απόλυτα ότι το ΕΥ καλλιεργεί και αναπτύσσει την αναλογική συλλογιστική ικανότητα και δύο (Μ1, Μ3) συμφωνούν με την άποψη αυτή.

*Δ1. Το ΕΥ βοηθάει το μαθητή να σκεφτεί, να προβληματιστεί και να λύσει τις απορίες τους καλλιεργώντας τη συλλογιστική του μαθητή σε απόλυτο βαθμό.*

*Δ2. Σε όλο το ΕΥ καλλιεργείται η συλλογιστική σκέψη βάζοντας σε «τάξη το νου» του μαθητή στην επίλυση ασκήσεων.*

*Μ1. Στο ΕΥ καλλιεργείται η αναλογική συλλογιστική βοηθώντας τον μαθητή στην επίλυση προβλημάτων και ασκήσεων μέσω της τυπικής σκέψης.*

*Μ2. Το ΕΥ βοηθάει την αναλυτική σκέψη και την αναλογική συλλογιστική ικανότητα σε απόλυτο βαθμό.*

*M3. Το ΕΥ καλλιεργεί την αναλογική συλλογιστική ικανότητα βοηθώντας το μαθητή να επιλύσει προβλήματα πολλαπλασιαστικών σχέσεων.*

#### **δ) Επικοινωνία**

- *Το εκπαιδευτικό υλικό δίνει δυνατότητες επικοινωνίας των απόψεων του χρήστη;*

Όλοι οι αξιολογητές συμφώνησαν ότι δεν δίνεται επαρκής δυνατότητα στο μαθητή να εκφράσει ελεύθερα τις απόψεις του. Τρεις αξιολογητές (Δ2, Μ2, Μ3) τονίζουν την έλλειψη ανοιχτού τύπου ερωτήσεων ελεύθερης ανάπτυξης.

*Δ1. Δίνεται δυνατότητα επικοινωνίας των απόψεων του μαθητή σε μέτριο βαθμό.*

*Δ2. Αν και υπάρχει δραστηριότητα που μπορεί ο μαθητής να εκφράσει ανοιχτά και ελεύθερα τις απόψεις του ίσως θα μπορούσαν να ενταχτούν μία δύο ακόμα ανοιχτού τύπου δραστηριότητες.*

*Μ1. Στο ΕΥ δίνεται η δυνατότητα να εκφράσει ο μαθητής τις απόψεις του σε ικανοποιητικό βαθμό.*

*Μ2. Θα μπορούσαν να υπάρχουν κάποιες δραστηριότητες ανάπτυξης που να παροτρύνουν το μαθητή να αναπτύξει ελεύθερα τις απόψεις του και να δώσει τις δικές του λύσεις.*

*Μ3. Στο υλικό υπάρχει μία μόνο δραστηριότητα που μπορεί ο μαθητής να εκφράσει ελεύθερα τις απόψεις του. Θα μπορούσαν να υπάρχουν περισσότερες αντίστοιχες δραστηριότητες ή/και ασκήσεις ελεύθερης ανάπτυξης.*

#### **ε) Συσχετισμοί: Εννοιών - Σύνδεσης με τον πραγματικό κόσμο**

- *Στο εκπαιδευτικό υλικό συσχετίζονται οι έννοιες μεταξύ τους (οικοδομούνται οι μαθηματικές έννοιες η μία πάνω στην άλλη);*
- *Το εκπαιδευτικό υλικό συνδέεται με τον πραγματικό κόσμο;*

Ως προς το συσχετισμό των εννοιών και τον τρόπο με τον οποίο οικοδομούνται οι έννοιες η μία πάνω στην άλλη, όλοι αξιολογητές συμφωνούν ότι το ΕΥ το πετυχαίνει σε απόλυτο βαθμό. Ως προς το συσχετισμό των εννοιών με την πραγματική ζωή τρεις αξιολογητές (Δ1, Δ2, Μ3) συμφωνούν ότι το υλικό το πετυχαίνει σε απόλυτο βαθμό και δύο (Μ1, Μ2) σε ικανοποιητικό βαθμό.

*Δ1. Στο ΕΥ οι μαθηματικές έννοιες οικοδομούνται η μία πάνω στην άλλη και συσχετίζονται με παλιότερες έννοιες (κλάσματα, σύγκριση κλασμάτων κλπ). Επιτυγχάνεται σε απόλυτο βαθμό ο συσχετισμός των εννοιών αυτών με την καθημερινή ζωή.*

*Δ2. Η νέα γνώση συσχετίζεται και οικοδομείται από προηγούμενη γνώση η οποία συνδέεται συνεχώς με δραστηριότητες και ερωτήσεις μέσα από τον πραγματικό κόσμο.*

*Μ1. Στο ΕΥ όλες οι μαθηματικές έννοιες συσχετίζονται μεταξύ τους και συνδέονται με τον πραγματικό κόσμο σε ικανοποιητικό βαθμό.*

*Μ2. Οι καινούριες μαθηματικές έννοιες συνδέονται συνεχώς με προηγούμενη γνώση του μαθητή. Γίνεται συσχέτιση των εννοιών με τον πραγματικό κόσμο σε ικανοποιητικό βαθμό.*

*Μ3. Όλες οι μαθηματικές έννοιες οικοδομούνται η μία πάνω στην άλλη συνδεόμενες με προηγούμενη γνώση και τον πραγματικό κόσμο.*

### **στ) Συμβολισμός και ανάγνωση**

- Στο εκπαιδευτικό υλικό γίνεται χρήση της τυπικής μαθηματικής γλώσσας (συμβολισμός και ανάγνωση) που χρησιμοποιείται για τη διδασκαλία των λόγων και αναλογιών;

Όλοι οι εκπαιδευτικοί συμφωνούν ότι δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στη χρήση τυπικής μαθηματικής σχετική για τη διδασκαλία των αναλογιών, τόσο σε επίπεδο συμβολισμού όσο και σε επίπεδο ανάγνωσης.

*Δ1. Γίνεται χρήση τυπικής μαθηματικής γλώσσας σε όλα τα επίπεδα.*

*Δ2. Δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στο συμβολισμό και στην ανάγνωση των λόγων αλλά και γενικότερα στη χρήση τυπικής μαθηματικής γλώσσας.*

*Μ1. Δεν παραβιάζεται πουθενά η τυπική μαθηματική γλώσσα που χρησιμοποιείται στη διδασκαλία των λόγων και αναλογιών. Άξιο αναφοράς η αυστηρή γραφή κλασμάτων ακόμα και μέσα στις ανατροφοδοτήσεις με χρήση της μαθηματικής γλώσσας *Latex*.*

*Μ2. Στο ΕΥ δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στη χρήση της τυπικής μαθηματικής γλώσσας τόσο σε επίπεδο συμβολισμού όσο και σε επίπεδο ανάγνωσης.*

*Μ3. Στο ΕΥ γίνεται σωστή χρήση της τυπικής μαθηματικής γλώσσας που χρησιμοποιείται για τη διδασκαλία των λόγων και αναλογιών.*

### **ζ) Αναπαράσταση**

- Στο εκπαιδευτικό υλικό γίνεται αναπαράσταση των εννοιών με χρήση διαγραμμάτων ή άλλων μέσων;

Όλοι οι εκπαιδευτικοί συμφωνούν ότι γίνεται αναπαράσταση και οπτικοποίηση των μαθηματικών εννοιών σε όλο το υλικό, χρησιμοποιώντας διαφορετικά μέσα όπως η αριθμογραμμή, διάγραμμα ταινίας, πίνακες κλπ. Ένας αξιολογητής μαθηματικός (M2), υπογράμμισε ότι γίνεται οπτικοποίηση ακόμα και σε απλές αριθμητικές πράξεις που συνήθως τα παιδιά μαθαίνουν απέξω.

*Δ1. Η οπτικοποίηση των εννοιών ιδιαίτερα στην επίλυση προβλημάτων αναλογιών επιτυγχάνεται σε απόλυτο βαθμό.*

*Δ2. Γίνεται αναπαράσταση των εννοιών σε όλη την έκταση του υλικού.*

*M1. Γενικά η αναπαράσταση και οπτικοποίηση μαθηματικών εννοιών βοηθάνε στην επίλυση προβλημάτων και ασκήσεων δύσκολου επιπέδου. Για τη διδασκαλία των αναλογιών στο ΕΥ, γίνεται χρήση διπλής αριθμογραμμής και διαγράμματος ταινίας που εξυπηρετούν το σκοπό αυτό σε απόλυτο βαθμό.*

*M2. Στο ΕΥ γίνεται συνεχής αναπαράσταση δεδομένων και οπτικοποίηση μαθηματικών εννοιών εξηγώντας ακόμα και τις πιο απλές αριθμητικές πράξεις (που συνήθως τα παιδιά μαθαίνουν απέξω) με χαρακτηριστικό παράδειγμα την αναπαράσταση του «3 φορές το  $\frac{2}{3}$ » πάνω στην αριθμογραμμή.*

*M3. Με τη συνεχή χρήση αριθμογραμμής και άλλων μέσων (διάγραμμα ταινίας, πίνακες κλπ) επιτυγχάνεται η οπτικοποίηση δεδομένων και όλων των εννοιών που πραγματεύεται το υλικό.*

#### **5.5.1.2 Τεχνολογική και Γνώση Περιεχομένου (TCK)**

##### **2ος άξονας: Τεχνολογική και Γνώση Περιεχομένου (TCK)**

###### **α) Θετική ενίσχυση**

- Το εκπαιδευτικό υλικό βοηθάει τη θετική ενίσχυση επιβραβεύοντας το μαθητή;

Δύο αξιολογητές συμφώνησαν (M1, M2) ότι το υλικό επιβραβεύει το μαθητή σε ικανοποιητικό βαθμό και οι άλλοι τρεις (Δ1, Δ2, M3) ότι το υλικό βοηθάει στη θετική ενίσχυση του μαθητή σε απόλυτο βαθμό. Οι αξιολογητές (M2, M3) αναφέρονται στη θετική ενίσχυση μέσα από την παιγνιώδη μάθηση του ΕΥ.

*Δ1. Το ΕΥ βοηθάει τη θετική ενίσχυση επιβραβεύοντας το μαθητή.*

*Δ2. Οι δραστηριότητες επιβραβεύουν το μαθητή βοηθώντας τη θετική ενίσχυση.*

*M1. Το ΕΥ επιβραβεύει το μαθητή σε ικανοποιητικό βαθμό.*

*M2. Στο ΕΥ επιβραβεύονται οι προσπάθειες του μαθητή σε ικανοποιητικό βαθμό. Βοηθάνε πολύ τα αστέρια που δίνονται στο τέλος των δραστηριοτήτων καθώς και η θετική*



ανατροφοδότηση στις σωστές απαντήσεις. Τα παιχνιδάκια που αφορούν τα ισοδύναμα κλάσματα και τις αναλογίες συμβάλλουν στην ενεργοποίηση και θετική ενίσχυση.

*M3. Σίγουρα τα παιχνιδάκια στις αναλογίες αλλά και όλες οι δραστηριότητες στο ΕΥ που έχουν τη μορφή παιχνιδιού βοηθάνε και ενισχύουν τη θετική στάση του εκπαιδευόμενου απέναντι στο μάθημα.*

## **β) Ανατροφοδότηση**

- Η ανατροφοδότηση είναι άμεση και συνεχής (σε κάθε απάντηση του μαθητή υπάρχει απόκριση του συστήματος);
- Η ανατροφοδότηση επιτρέπει στους μαθητές να λαμβάνουν πληροφορίες σχετικά με την ορθότητα των απαντήσεών τους και να προσαρμόζουν ανάλογα τη συμπεριφορά τους;

Ως προς την ανατροφοδότηση όλοι οι αξιολογητές συμφωνούν ότι είναι άμεση, συνεχής και σε κάθε απάντηση υπάρχει απόκριση του συστήματος προτρέποντάς τον να προσαρμόσει τη συμπεριφορά του ανάλογα. Ένας μαθηματικός (M2) τονίζει ότι σε κάποιες ανατροφοδοτήσεις δεν γίνεται πολύ αντιληπτό στο μαθητή ο λόγος που έχει απαντήσει λάθος.

*Δ1. Η ανατροφοδότηση είναι άμεση, συνεχής και καθοδηγεί τον εκπαιδευόμενο σε μία ευρύτερη πορεία αυτομάθησης και γνώσης.*

*Δ2. Σε κάθε απάντηση υπάρχει άμεση και συνεχής ανατροφοδότηση που προτρέπει το μαθητή να προσαρμόσει τη συμπεριφορά του.*

*M1. Η ανατροφοδότηση είναι άμεση και συνεχής και επιτρέπει στο μαθητή να σκεφτεί και να προβληματιστεί σχετικά με την ορθότητα των απαντήσεων του.*

*M2. Η ανατροφοδότηση είναι συνεχής σε όλες τις δραστηριότητες και καθοδηγεί το μαθητή σε σημεία που μπορεί να βρει αντίστοιχα παραδείγματα ή υποδειγματικές λύσεις των ασκήσεων. Ενώ ο μαθητής καθοδηγείται σωστά για να διερευνήσει και να απαντήσει μόνος του, σε κάποιες ανατροφοδοτήσεις δεν γίνεται αντιληπτός ο λόγος που ο μαθητής έχει απαντήσει λάθος εξ αρχής.*

*M3. Σε κάθε απάντηση υπάρχει απόκριση του συστήματος που ενημερώνει το μαθητή σχετικά με την ορθότητα των απαντήσεων του προτρέποντάς τον να προσαρμόσει τη συμπεριφορά του ανάλογα.*

## **γ) Εξατομικευμένη διδασκαλία**

- Το εκπαιδευτικό υλικό είναι προσαρμοσμένο σε διαφορετικές ανάγκες μαθητών;

Όλοι οι αξιολογητές συμφώνησαν ότι το υλικό είναι μέτρια προσαρμοσμένο σε διαφορετικές ανάγκες μαθητών. Μία δασκάλα και ένας μαθηματικός (Δ2, Μ2) αναφέρθηκαν σε υλικό διαβαθμισμένης δυσκολίας, ένας μαθηματικός (Μ1) μίλησε για έλλειψη δραστηριοτήτων για μαθητές με διαφορετικές μαθησιακές ανάγκες και δύο μαθηματικοί (Μ1, Μ3) τόνισαν την έλλειψη ασκήσεων για μαθητές υψηλών απαιτήσεων.

*Δ1. Το υλικό είναι προσαρμοσμένο σε ένα μέτριο βαθμό σε διαφορετικές ανάγκες μαθητών.*

*Θα μπορούσε να γίνεται μία διάκριση των ασκήσεων σε εύκολες, μέτριες, δύσκολες.*

*Δ2. Θα μπορούσε να υπάρχει κάποια διαβάθμιση των ασκήσεων ιδιαίτερα στις ασκήσεις εμπέδωσης της 1ης ΔΕ που είναι πολλές έτσι ώστε κάθε μαθητής να μπορεί να επιλέξει ποιες ασκήσεις θα λύσει.*

*Μ1. Στο ΕΥ λείπουν δραστηριότητες για παιδιά με ειδικές μαθησιακές ανάγκες. Λείπουν επίσης δύσκολες ασκήσεις για μαθητές που θέλουν να εμβαθύνουν ακόμα περισσότερο.*

*Μ2. Οι επαναληπτικές ασκήσεις κάθε ενότητας θα μπορούσαν να είναι διαβαθμισμένης δυσκολίας (Α' - Β' ομάδας).*

*Μ3. Το ΕΥ είναι προσαρμοσμένο σε διαφορετικές ανάγκες σε μέτριο βαθμό. Δεν περιέχει ασκήσεις για μαθητές υψηλών απαιτήσεων.*

#### **δ) Προγραμματισμένη διδασκαλία**

- Η διδασκαλία του μαθήματος είναι προγραμματισμένη, δηλαδή έχει καταταμηθεί σε μικρά και διαδοχικά βήματα;

Οι αξιολογητές συμφωνούν ότι η διδασκαλία των λόγων και αναλογιών στο ΕΥ χαρακτηρίζεται ως προγραμματισμένη σε απόλυτο βαθμό αφού όλες οι επί μέρους μαθηματικές έννοιες που διδάσκονται έχουν καταταμηθεί σε μικρά και διαδοχικά βήματα.

*Δ1. Η διδασκαλία των λόγων και αναλογιών στο συγκεκριμένο υλικό έχει καταταμηθεί σε μικρά και διαδοχικά βήματα σε απόλυτο βαθμό.*

*Δ2. Η διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών έχουν καταταμηθεί σε μικρά και διαδοχικά βήματα. Θα μπορούσε ίσως να χωριστεί η 2η ΔΕ σε δύο ενότητες.*

*Μ1. Η διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών είναι προγραμματισμένη σε απόλυτο βαθμό.*

*Μ2. Η διδασκαλία του μαθήματος είναι προγραμματισμένη και κατατεταγμένη σε μικρά και διαδοχικά βήματα.*

*M3. Η διδασκαλία του μαθήματος είναι κατατεταγμένη σε μικρά βήματα, οικοδομώντας τη νέα γνώση των βασικών μαθηματικών εννοιών (λόγοι και αναλογίες) μέσα από μικρότερες υποενότητες.*

#### **στ) Επίπεδο δυσκολίας**

- Οι ασκήσεις μπορούν να λυθούν με μεγάλη πιθανότητα από το μαθητή;

Δύο αξιολογητές (Δ1, M2) συμφωνούν ότι υπάρχουν ασκήσεις που μπορούν να απαντηθούν από όλους τους μαθητές σε μέτριο βαθμό και τρεις από αυτούς (Δ2, M1, M3) θεωρούν ότι οι ασκήσεις χαρακτηρίζονται εύκολου επιπέδου.

*Δ1. Όπως ανέφερα και πριν θα μπορούσε να υπάρχει μία διαβάθμιση των ασκήσεων για να είναι προσαρμοσμένες σε διαφορετικές ανάγκες μαθητών έτσι ώστε κάθε μαθητής να επιλέγει τι ασκήσεις θα αντιμετωπίσει, έτσι ώστε να έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να τις λύσει.*

*Δ2. Οι ασκήσεις έχουν πιθανότητα να λυθούν σε μέτριο βαθμό.*

*M1. Οι περισσότερες ασκήσεις στο ΕΥ μπορούν να λυθούν με μεγάλη πιθανότητα από το μαθητή.*

*M2. Αν και οι ασκήσεις στην πλειονότητά τους χαρακτηρίζονται εύκολου επιπέδου υπάρχουν ερωτήματα που μπορεί να μην απαντήσει εύκολα ένας μαθητής.*

*M3. Αξιολογώ ότι οι ασκήσεις έχουν πιθανότητα να λυθούν από το μαθητή.*

#### **ζ) Δομή περιεχομένου**

- Η ύλη είναι δομημένη σε μία ακολουθία ερωτήσεων-απαντήσεων;

Ως προς την ύλη όλοι οι αξιολογητές (Δ1, Δ2, M3) συμφωνούν ότι είναι δομημένη σε μία ακολουθία ερωτήσεων απαντήσεων σε απόλυτο βαθμό και οι αξιολογητές (M1, M2) σε ικανοποιητικό βαθμό.

*Δ1. Η ύλη είναι δομημένη σε μία ακολουθία ερωτήσεων και απαντήσεων.*

*Δ2. Η ύλη είναι δομημένη σε μία ακολουθία ερωτήσεων και απαντήσεων.*

*M1. Η ύλη είναι δομημένη σε μία ακολουθία ερωτήσεων και απαντήσεων σε ικανοποιητικό βαθμό.*

*M2. Η ύλη είναι δομημένη σε μία ακολουθία ερωτήσεων και απαντήσεων σε ικανοποιητικό βαθμό. Θα μπορούσαν ίσως να υπάρχουν και άλλα διαδραστικά βίντεο όπως το παράδειγμα χυμός λεμονιού – νερό.*

*M3. Η ύλη είναι δομημένη σε μία ακολουθία ερωτήσεων - απαντήσεων.*

### **3ος άξονας: Εγκυρότητα του εκπαιδευτικού υλικού**

Όλοι οι αξιολογητές (δάσκαλοι και μαθηματικοί) βρήκαν το γνωστικό αντικείμενο που διδάσκεται στο υλικό επιστημονικά έγκυρο και βιβλιογραφικά τεκμηριωμένο, ικανοποιώντας πλήρως τους στόχους που τίθενται στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών 2022 - 2023 του ΙΕΠ.

#### **α) Εγκυρότητα γνωστικού αντικειμένου**

- Σύμφωνα με τη γνώση σας σχετικά με τους Λόγους και Αναλογίες το εκπαιδευτικό υλικό είναι επιστημονικά έγκυρο;

*Δ1. Το ΕΥ είναι επιστημονικά έγκυρο*

*Δ2. Το ΕΥ είναι επιστημονικά έγκυρο*

*M1. Το ΕΥ είναι επιστημονικά έγκυρο*

*M2. Το ΕΥ είναι επιστημονικά έγκυρο*

*M3. Το ΕΥ είναι επιστημονικά έγκυρο σε απόλυτο βαθμό.*

#### **β) Τεκμηρίωση γνωστικού αντικειμένου**

- Το εκπαιδευτικό υλικό είναι τεκμηριωμένο βιβλιογραφικά;
- Το εκπαιδευτικό υλικό ανταποκρίνεται στους μαθησιακούς στόχους που τίθενται στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών;

*Δ1. Το ΕΥ είναι τεκμηριωμένο βιβλιογραφικά και ακολουθεί πλήρως το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών του ΙΕΠ.*

*Δ2. Υπάρχει βιβλιογραφική τεκμηρίωση μέσα από σύγχρονη βιβλιογραφία, ακολουθώντας τις οδηγίες διδασκαλίας του συγκεκριμένου αντικειμένου (λόγοι και αναλογίες ΣΤ' Δημοτικού) αλλά και του μαθήματος των μαθηματικών γενικότερα του έτους 2022-2023 του ΙΕΠ.*

*M1. Το ΕΥ στηρίζεται σε σύγχρονη βιβλιογραφία ακολουθώντας τις οδηγίες του υπουργείου.*

*M2. Το ΕΥ είναι βιβλιογραφικά τεκμηριωμένο και ανταποκρίνεται στους μαθησιακούς στόχους που τίθενται από το υπουργείο για τη διδασκαλία λόγων και αναλογικών.*

*M3. Το υλικό είναι βιβλιογραφικά τεκμηριωμένο χρησιμοποιώντας έγκριτες πηγές πληροφοριών και τις επίσημες πηγές του υπουργείου.*

### **5.5.1.3 Δυνατά σημεία και προτάσεις βελτίωσης του ΕΥ ως προς τα περιεχόμενα ΡCK και ΤCK**

#### 4ος άξονας: Δυνατά σημεία του ΕΥ

Τρεις αξιολογητές (Δ1, Δ2, Μ3) συμφωνούν ότι το ΕΥ είναι «δυνατό» ως προς τους **συσχετισμούς** του. Συσχετισμούς των εννοιών με την πραγματική ζωή και συσχετισμούς των εννοιών μεταξύ τους. Τέσσερις εκπαιδευτικοί αξιολογητές (Δ2, Μ1, Μ2, Μ3) ανέφεραν ως δυνατό σημείο του υλικού την **επιστημονική εγκυρότητά** του προάγοντας έτσι τη **βαθεία και ουσιαστική μαθηματική γνώση**. Μία δασκάλα και ένας μαθηματικός (Δ1, Μ2) τονίζουν ως δυνατό σημείο του υλικού την **ανατροφοδότηση** που δίνεται στις δραστηριότητες καθοδηγώντας το μαθητή να προσαρμόσει τη συμπεριφορά του σε περίπτωση λανθασμένης απάντησης. Δύο μαθηματικοί (Μ1, Μ2) αναφέρουν την ανάπτυξη της **αναλογικής συλλογιστικής** και της **συλλογιστικής** γενικότερα ως δυνατό σημείο του υλικού. Τέλος η **ενθάρρυνση** του μαθητή και η **διαδραστικότητα** του υλικού φαίνεται επίσης να χαρακτηρίζονται ως δυνατά σημεία του μαθήματος από τους αξιολογητές Δ1 και Μ3 αντίστοιχα.

Δ1. α) Οι συσχετισμοί του υλικού ως προς τη σύνδεση του με την πραγματική ζωή

β) Η ενθάρρυνση του μαθητή

γ) Η ανατροφοδότηση που καθοδηγεί το μαθητή να ψάξει τη λύση σε περίπτωση που δεν μπορεί να απαντήσει μόνος του

Δ2. α) Εγκυρότητα του ΕΥ

β) Οι συσχετισμοί του υλικού και η σύνδεση των δραστηριοτήτων με την καθημερινή ζωή

Μ1. α) Καλλιέργεια συνθετικής, επαγωγικής και αναλυτικής σκέψης

β) Προάγει τη βαθεία και ουσιαστική μαθηματική γνώση

Μ2. α) Μαθηματική εγκυρότητα

β) Η ανατροφοδότηση που καθοδηγεί και προτρέπει το μαθητή να ανατρέξει και να διερευνήσει περαιτέρω το υλικό σε περίπτωση λάθους απάντησης.

γ) Καλλιέργεια αναλυτικής σκέψης.

Μ3. α) Οι συσχετισμοί των εννοιών και η οικοδόμηση της μαθηματικής γνώσης

β) Εγκυρότητα του γνωστικού αντικειμένου

γ) Η διαδραστικότητα του υλικού

#### 5ος άξονας: Προτάσεις βελτίωσης του ΕΥ

Όλοι οι αξιολογητές (Δ1, Δ2, Μ1, Μ2, Μ3) συμφωνούν ότι στο υλικό είναι καλό να υπάρχουν **δραστηριότητες διαβαθμισμένης δυσκολίας** για να απευθύνονται σε μαθητές με διαφορετικές μαθησιακές ανάγκες. Ο αξιολογητής Μ1 τονίζει μάλιστα, ότι δεν υπάρχουν

δραστηριότητες για μαθητές με **ειδικές μαθησιακές ανάγκες** καθώς και **ασκήσεις υψηλότερων απαιτήσεων**, κάτι που έρχεται σε συμφωνία με τον αξιολογητή M3. Όλοι οι αξιολογητές (Δ1, Δ2, M1, M2, M3) συμφωνούν ότι το υλικό είναι καλό να εμπλουτιστεί με **ασκήσεις ανάπτυξης** για να μπορεί να ο μαθητής να εκφραστεί ελεύθερα και ειδικότερα ο αξιολογητής M3 σημειώνει την έλλειψη **χώρου επικοινωνίας** για ιδέες και απορίες. Τέλος ο αξιολογητής M2 υπογραμμίζει ότι είναι καλό σε κάθε άσκηση η ανατροφοδότηση να περιγράφει ακριβώς **γιατί ο μαθητής έχει απαντήσει λανθασμένα** και ο αξιολογητής M3, τονίζει ως προς το γνωστικό αντικείμενο, ότι θα ήταν χρήσιμη μία **διάκριση** των «καθαρών» λόγων από τους λόγους που έχουν μονάδες μέτρησης.

- Δ1. α) Δραστηριότητες προσανατολισμένες σε διαφορετικές μαθησιακές ανάγκες καθώς κάποιες ασκήσεις θα δυσκολέψουν αρκετά το μέσο μαθητή.  
β) Θα μπορούσαν να υπάρχουν και κάποιες ασκήσεις ανάπτυξης.
- Δ2. α) Θα μπορούσαν να υπάρχουν λιγότερες ασκήσεις εμπέδωσης στην 1η ΔΕ ή να γίνουν ασκήσεις διαβαθμισμένης δυσκολίας έτσι ώστε να μπορεί ο μαθητής να επιλέξει πόσες και τι επιπέδου ασκήσεις να κάνει. Θα μπορούσε επίσης να καταταμηθεί η 2η ΔΕ σε δύο ενότητες.  
β) Ασκήσεις ελεύθερης ανάπτυξης για να μπορεί ο μαθητής να εκφράσει τις ιδέες του.
- M1. α) Δραστηριότητες που απευθύνονται σε μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες ή/και ειδικής αγωγής.  
β) Δραστηριότητες διαβαθμισμένης δυσκολίας Α' - Β' ομάδας έτσι ώστε να υπάρχουν και δυσκολότερες ασκήσεις για μαθητές υψηλότερης μαθηματικής αντίληψης που θέλουν να εμβαθύνουν ακόμα περισσότερο.  
γ) Μερικές ασκήσεις ανάπτυξης.
- M2. α) Ανατροφοδότηση σε όλες τις δραστηριότητες εντοπισμού της λανθασμένης απάντησης.  
β) Δραστηριότητες διαβαθμισμένης δυσκολίας Α' - Β' ομάδας καθώς επίσης και ασκήσεις για μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες.  
γ) Ορισμένες ασκήσεις ανάπτυξης.
- M3. α) Καλό θα ήταν να γινόταν καλύτερη διάκριση των περιπτώσεων που ο λόγος είναι "καθαρός" αριθμός σε αντίθεση με αυτές που ο λόγος έχει μονάδες μέτρησης.  
β) Από το ΕΥ λείπουν ασκήσεις ανάπτυξης (ανοιχτού τύπου ερωτήσεις) που να μπορεί να εκφράσει τις ιδέες του ελεύθερα.. Θα βοηθούσε επίσης να υπάρχει ένας τρόπος επικοινωνίας (όπως ένα φόρουμ) που να μπορεί ο μαθητής να εκφράσει τις απόψεις του ή/και τις απορίες του.

δ) Θα βοηθούσε να υπάρχει στο ΕΥ ένα πιο διαβαθμισμένο ή και πιο ποικίλο επίπεδο ασκήσεων, έτσι ώστε να ανταποκρίνεται σε διαφορετικές ανάγκες μαθητών. Λείπουν δύσκολες ασκήσεις για «δυνατούς λύτες».

### **5.5.2 2ο Ερευνητικό Ερώτημα:**

**«Το εκπαιδευτικό υλικό διέπεται από τις αρχές και τη μεθοδολογία της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης;»**

#### **5.5.2.1 Τεχνολογική & Παιδαγωγική Γνώση (TPK)**

##### **1ος άξονας: Επιστημονική συνοχή / Τεκμηρίωση**

###### **α) Βιβλιογραφική Τεκμηρίωση - Πηγές**

- Στο ΕΥ γίνεται παράθεση πληροφοριών / απόψεων με την σχετική βιβλιογραφική τεκμηρίωση;
- Στο ΕΥ γίνεται αναφορά σε διαφορετικές πηγές πληροφοριών (Βιβλία, επιστημονικά περιοδικά, επιστημονικά συνέδρια κλπ);

Όλοι οι αξιολογητές συμφωνούν ότι στο υλικό υπάρχει βιβλιογραφική τεκμηρίωση και γίνεται αναφορά σε διαφορετικές πηγές πληροφοριών.

*EA1. Οι πηγές πληροφοριών είναι ποικίλες και διαφορετικές.*

*EA2. Στο εσωτερικό κάθε ενότητας υπάρχουν σύνδεσμοι που παραπέμπουν σε πηγές πληροφορίας (π.χ. σχολικό βιβλίο, φωτόδεντρο). Επιπλέον, στο τέλος κάθε ενότητας εμφανίζεται η σχετική διαφάνεια με τις βιβλιογραφικές πηγές..*

*EA3. Το υλικό είναι πλούσιο σε πηγές και βιβλιογραφικές αναφορές.*

###### **β) Συγκριτική ανάλυση**

- Στο ΕΥ γίνεται συγκριτική ανάλυση των πληροφοριών / απόψεων;

Οι αξιολογητές EA1 και EA2 συμφωνούν ότι στο υλικό γίνεται συγκριτική ανάλυση πληροφοριών σε απόλυτο βαθμό ενώ ο αξιολογητής EA3 αναφέρει ότι κάποιες έννοιες θα μπορούσαν να αναλύονται περισσότερο.

*EA1. Γίνεται συγκριτική ανάλυση πληροφοριών και απόψεων σε όλες τις ενότητες.*

*EA2. Στο ΕΥ γίνεται αναλυτική περιγραφή και επεξήγηση των ομοιοτήτων και διαφορών ανάμεσα στους όρους λόγος και αναλογία.*

*EA3. Γίνεται συγκριτική ανάλυση σε ικανοποιητικό βαθμό.*

### **γ) Ερμηνεία – Κριτική Συζήτηση**

- Το ΕΥ είναι εμπλουτισμένο με την ερμηνεία / κριτική συζήτηση των πληροφοριών;

Οι αξιολογητές (EA1, EA2) θεωρούν ότι στο υλικό γίνεται ερμηνεία – κριτική συζήτηση σε ικανοποιητικό βαθμό ενώ ο αξιολογητής EA3 σε μέτριο βαθμό.

*EA1. Στο εκπαιδευτικό υλικό υπάρχει ερμηνεία και κριτική συζήτηση σε ικανοποιητικό βαθμό.*

*EA2. Για την επεξήγηση και ερμηνεία των μαθηματικών όρων τους οποίους πραγματεύεται το ΕΥ, χρησιμοποιούνται πολλά παραδείγματα με αντικείμενα και καταστάσεις από την καθημερινή ζωή.*

*EA3. Υπάρχει μέτρια κριτική συζήτηση.*

### **δ) Εξωτερικές πηγές**

- Το ΕΥ παρέχει τη δυνατότητα στον εκπαιδευόμενο για περαιτέρω μελέτη σε διαφορετικές πηγές.

Όλοι οι αξιολογητές συμφωνούν ότι το το εκπαιδευτικό υλικό παρέχει πλούσιες πηγές για περαιτέρω μελέτη και εμπέδωση.

*EA1. Το υλικό είναι πλούσιο σε εξωτερικές πηγές για περαιτέρω μελέτη.*

*EA2. Στο ΕΥ υπάρχει πληθώρα εξωτερικών συνδέσμων είτε για περαιτέρω μελέτη, είτε για εμπέδωση της παρεχόμενης πληροφορίας.*

*EA3. Το ΕΥ είναι πλούσιο σε εξωτερικούς πηγές που ο μαθητής μπορεί είτε να εμπεδώσει την καινούρια γνώση είτε να κάνει επανάληψη σε προηγούμενη γνώση.*

## **2ος άξονας: Απλή – κατανοητή παρουσίαση γνωστικού αντικειμένου**

### **α) Ύφος γραφής προφορικού λόγου**

- Το ύφος γραφής του ΕΥ είναι φιλικό για τον αναγνώστη;
- Στο ΕΥ γίνεται χρήση προσωπικών και κτητικών αντωνυμιών;
- Στο ΕΥ γίνεται κατά το δυνατόν χρήση της καθομιλουμένης γλώσσας;

Ως προς το ύφος γραφής και οι τρεις ειδικοί συμφωνούν ότι είναι σε φιλικό ύφος προσομοιάζοντας τον προφορικό λόγο, γίνεται χρήση καθομιλουμένης γλώσσας και κτητικών αντωνυμιών κάτι που ο αξιολογητής EA3 αναφέρει ότι ίσως χρειάζεται να γίνεται σε μεγαλύτερο βαθμό.



*EA1. Το ύφος γραφής και είναι φιλικό και στις περισσότερες περιπτώσεις έχει τη μορφή προφορικού λόγου.*

*EA2. Το ύφος είναι απόλυτα φιλικό και δημιουργεί μεγάλο βαθμό οικειότητας με συνεχή χρήση γλώσσας καθημερινής και οικείας. Χρησιμοποιούνται συχνά προσωπικές και κτητικές αντωνυμίες. Χαρακτηριστική φράση: "...πάτησε για να ακούσεις αυτό που έχω να σου πω..."*

*EA3. Το ύφος γραφής είναι φιλικό με χρήση καθομιλουμένης γλώσσας, το υλικό είναι ευανάγνωστο αλλά θα μπορούσε να γίνεται περισσότερη χρήση προσωπικών και κτητικών αντωνυμιών.*

## **β) Πυκνότητα πληροφοριών**

- Η γραφή του ΕΥ είναι ευανάγνωστη;
- Η πυκνότητα των πληροφοριών του ΕΥ είναι ικανοποιητική;

Όλοι οι αξιολογητές συμφωνούν ότι το υλικό είναι ευανάγνωστο χωρίς πυκνογραμμένα κείμενα και διαφάνειες.

*EA1. Σε πολύ λίγα μόνο σημεία το κείμενο γεμίζει την οθόνη όχι όμως λόγω πυκνότητας κειμένου αλλά μη δυνατότητας προσαρμογής των πλαισίων.*

*EA2. Γίνεται χρήση ευανάγνωστης γραμματοσειράς, με μεγέθη και χρώματα απόλυτα αναγνώσιμα. Η πυκνότητα των πληροφοριών είναι πολύ ικανοποιητική, αφού παρατίθεται μία πληροφορία ανά διαφάνεια.*

*EA3. Το υλικό είναι πλήρως ευανάγνωστο χωρίς πυκνογραμμένα κείμενα.*

## **γ) Τμηματική παρουσίαση**

- Το ΕΥ παρουσιάζεται τμηματικά στο μέγεθος της οθόνης;

Οι αξιολογητές (EA2, EA3) αναφέρουν ότι δεν χρειάζεται στο υλικό ο εκπαιδευόμενος να κάνει κύλιση (*scroll up/down*) ενώ ο αξιολογητής EA1 ανέφερε κάποιες διαφάνειες που το υλικό εμφανίζεται τμηματικά.

*EA1. Το υλικό κάποιες φορές δεν παρουσιάζεται ολόκληρο στην οθόνη.*

*EA2. Ολόκληρη η πληροφορία κάθε διαφάνειας εμφανίζεται στο μέγεθος της οθόνης και όχι τμηματικά. Ο εκπαιδευόμενος δε χρειάζεται να κάνει κύλιση προς τα πάνω ή κάτω (*scroll up/down*).*

*EA3. Το υλικό δεν παρουσιάζεται τμηματικά αλλά ολόκληρο σε κάθε διαφάνεια.*

#### **δ) Δομικά στοιχεία υλικού**

- Το ΕΥ περιέχει μόνο κείμενο;
- Το Ε.Υ περιέχει κείμενο και εικόνες;
- Το Ε.Υ περιέχει κείμενο, εικόνες και video;

Και οι τρεις αξιολογητές συμφωνούν ότι το υλικό δεν περιέχει μόνο κείμενα και εικόνες αλλά ένα μεγάλο αριθμό διαδραστικών βίντεο.

*EA1. Το εκπαιδευτικό υλικό δεν περιέχει μόνο κείμενα αντιθέτως περιλαμβάνει όλα τα στοιχεία εκείνα που το χαρακτηρίζουν πολυμεσικό.*

*EA2. Στο ΕΥ υπάρχουν εικόνες και βίντεο όπου χρειάζεται. Ειδικότερα η χρήση του video είναι κυρίαρχη μέσα στο ΕΥ για τη μετάδοση της πληροφορίας.*

*EA3. Το ΕΥ είναι πλούσιο σε διαδραστικά βίντεο.*

#### **ε) Χρωματικές συνθέσεις**

- Οι χρωματικές συνθέσεις του ΕΥ συμβάλλουν στην άνετη αλληλεπίδραση;

Οι αξιολογητές EA1 και EA2 συμφωνούν ότι οι χρωματικές συνθέσεις συμβάλλουν στην άνετη αλληλεπίδραση σε απόλυτο βαθμό και ο αξιολογητής EA3 συμφωνεί με την άποψη αυτή.

*EA1. Οι χρωματικές συνθέσεις βοηθάνε στην άνετη αλληλεπίδραση με το υλικό σε απόλυτο βαθμό.*

*EA2. Οι χρωματικές συνθέσεις του ΕΥ είναι κατάλληλες και συμβάλλουν στην άνετη αλληλεπίδραση. Γίνεται χρήση απαλών χρωμάτων στο παρασκήνιο, ενώ ταυτόχρονα υπάρχει ομοιογένεια σε όλο το μήκος τους ΕΥ, ως προς τη χρωματική σύνθεση των τίτλων, επικεφαλίδων και κειμένων.*

*EA3. Οι χρωματικές συνθέσεις συνεισφέρουν στην άνετη αλληλεπίδραση με το υλικό.*

### **3ος άξονας: Ευχρηστία ΕΥ**

#### **α) Κουμπιά πλοήγησης**

- Τα κουμπιά που χρησιμοποιήθηκαν στο ΕΥ (εμπρός, πίσω κλπ) είναι κατανοητά και αναγνωρίσιμα;

Όλοι οι αξιολογητές συμφωνούν ότι όλα τα κουμπιά που χρησιμοποιήθηκαν είναι κατανοητά και αναγνωρίσιμα.

*EA1. Τα κουμπιά είναι κατανοητά, αναγνωρίσιμα και γίνεται και επεξήγηση στον οδηγό πλοήγησης.*

*EA2. Όλα τα κουμπιά στο ΕΥ είναι απόλυτα κατανοητά και αναγνωρίσιμα. Στην αρχή κάθε διδακτικής ενότητας δίνονται επεξηγήσεις για τη λειτουργία κάθε κουμπιού.*

*EA3. Δεν γίνεται χρήση εξεζητημένων κουμπιών και είναι κατανοητά και αναγνωρίσιμα.*

## **β) Εικονίδια**

- Τα εικονίδια που χρησιμοποιήθηκαν στο Ε.Υ. (πρόσθετες πηγές, δραστηριότητες κλπ) είναι κατανοητά και αναγνωρίσιμα;

Όλοι οι αξιολογητές συμφωνούν ότι όλα τα εικονίδια που χρησιμοποιήθηκαν είναι επίσης κατανοητά και αναγνωρίσιμα σε απόλυτο βαθμό.

*EA1. Τα εικονίδια που χρησιμοποιήθηκαν είναι απόλυτα κατανοητά και αναγνωρίσιμα.*

*EA2. Τα εικονίδια-κουμπιά για τους εξωτερικούς συνδέσμους και τις δραστηριότητες είναι επίσης κατανοητά και αναγνωρίσιμα, με τις αντίστοιχες επεξηγήσεις στον οδηγό πλοήγησης.*

*EA3. Τα εικονίδια είναι πλήρως κατανοητά (αφού επεξηγούνται και στον οδηγό πλοήγησης κάθε ενότητας) και σε ικανοποιητικό βαθμό αναγνωρίσιμα.*

## **γ) Ευκολία πλοήγησης**

- Η πλοήγηση στο ΕΥ είναι εύκολη;

Η πλοήγηση στο υλικό χαρακτηρίζεται από του ειδικούς εύκολη.

*EA1. Η πλοήγηση στο υλικό αξιολογείται εύκολη.*

*EA2. Η πλοήγηση στο ΕΥ κρίνεται πολύ εύκολη και απλή, ακόμα και για εκπαιδευόμενους μικρότερης ηλικίας από αυτή που αναφέρεται το υλικό.*

*EA3. Η πλοήγηση κρίνεται πολύ απλή χωρίς δυσκολίες.*

## **δ) Ακρίβεια πλοήγησης**

- Οι υπερσύνδεσμοι του ΕΥ οδηγούν στο αναμενόμενο περιεχόμενο;

Οι αξιολογητές έλεγξαν διεξοδικά κάθε υπερσύνδεσμο και κουμπί του ΕΥ και κατέληξαν ότι οδηγεί στο αναμενόμενο περιεχόμενο σε απόλυτο βαθμό.

*EA1. Δεν υπάρχει κάποιος υπερσύνδεσμος στο υλικό που να μην οδηγεί στο αναμενόμενο περιεχόμενο.*

*EA2. Όλοι οι υπερσύνδεσμοι ελέγχθηκαν και οδηγούν στο αναμενόμενο περιεχόμενο.*

*EA3. Όλοι οι υπερσύνδεσμοι οδηγούν στο αναμενόμενο περιεχόμενο.*

#### **4ος άξονας: Υποστήριξη – καθοδήγηση στη μελέτη**

##### **α) Συμβουλευτική υποστήριξη**

- Παρέχονται συμβουλές για το πώς να μελετηθεί το εκπαιδευτικό υλικό;

Οι αξιολογητές EA1 και EA3 θεωρούν ότι θα μπορούσαν να υπάρχουν περισσότερες οδηγίες για το πώς να μελετηθεί το υλικό κάτι που έρχεται σε αντίθεση με τον αξιολογητή EA2 ο οποίος αναφέρει ότι δεν κρίνονται απαραίτητες περαιτέρω οδηγίες αφού ο εκπαιδευόμενος καθοδηγείται πλήρως από τη δομή και το σχεδιασμό του ίδιου του υλικού.

*EA1. Παρέχονται συμβουλές πώς να μελετηθεί το υλικό σε όλες τις διαφάνειες κάθε ενότητας.*

*EA2. Για κάθε διδακτική ενότητα παρατίθεται ο εκτιμώμενος χρόνος μελέτης. Επίσης, στις περισσότερες δραστηριότητες υπάρχουν υποδείξεις. Αν και ίσως απουσιάζει μια κατευθυντήρια γραμμή εν είδει συμβουλής μελέτης στην αρχή κάθε ενότητας, αυτή δεν κρίνεται αναγκαία, αφού το ΕΥ είναι τόσο καλά σχεδιασμένο και δομημένο, που οδηγεί από μόνο του τον εκπαιδευόμενο.*

*EA3. Θα μπορούσαν να δίνονται περισσότερες οδηγίες μελέτης του υλικού.*

##### **β) Σήμανση**

- Το ΕΥ υποστηρίζει τον εκπαιδευόμενο προκειμένου να δώσει έμφαση σε συγκεκριμένα σημεία (Υπάρχουν πλαίσια ή έντονη γραφή (σήμανση) ώστε να τονίζονται σημαντικές έννοιες);

Ως προς τη σήμανση το ΕΥ αξιολογείται ότι υποστηρίζει τον εκπαιδευόμενο σε απόλυτο βαθμό.

*EA1. Χρησιμοποιούνται πλαίσια, έντονη γραφή και τονίζονται σημαντικές έννοιες σε κάθε διαφάνεια που είναι απαραίτητο.*

*EA2. Στο ΕΥ γίνεται χρήση πλαισίων, έντονης γραφής και χρωματιστής γραφής για να δοθεί έμφαση σε συγκεκριμένα σημεία.*

*EA3. Το ΕΥ υποστηρίζει τον εκπαιδευόμενο σε όλα τα σημεία που χρειάζεται να δώσει έμφαση.*

### **γ) Επεξήγηση**

- Στο ΕΥ υπάρχουν επεξηγηματικά σχόλια τα οποία υποστηρίζουν τον σπουδαστή στη μελέτη του;

Όλοι οι αξιολογητές συμφωνούν ότι το ΕΥ είναι πλούσιο σε υποδείξεις και επεξηγήσεις υποστηρίζοντας τον εκπαιδευόμενο σε κάθε του βήμα.

*EA1. Στο ΕΥ υπάρχουν συνεχώς επεξηγηματικά σχόλια, υποδείξεις καθώς δίνονται και απαντήσεις σε επιλεγμένες ασκήσεις στο τέλος κάθε ενότητας.*

*EA2. Στο ΕΥ γίνεται εκτενής παράθεση επεξηγήσεων και υποδείξεων για την υποστήριξη του εκπαιδευόμενου.*

*EA3. Το ΕΥ υποστηρίζει τον εκπαιδευόμενο στη μελέτη του με πολλά σχόλια, παραδείγματα, υποδείξεις αλλά και προτεινόμενες απαντήσεις.*

## **5ος άξονας: Υποστήριξη της αλληλεπίδρασης με τον εκπαιδευόμενο στη μελέτη του**

### **α) Ενθάρρυνση ως προς την έκφραση απόψεων**

- Το ΕΥ εμπεριέχει δραστηριότητες οι οποίες ενθαρρύνουν τον εκπαιδευόμενο να εκφράσει τις δικές απόψεις (κρίσεις) πάνω σε σημαντικά ζητήματα;

Οι αξιολογητές συμφωνούν ότι αν και υπάρχουν αντίστοιχες δραστηριότητες θα μπορούσαν να υπάρχουν περισσότερες. Συμφωνούν ότι δεν υπάρχουν πολλές δραστηριότητες που να μπορεί ο μαθητής να εκφράσει τις απόψεις του ελεύθερα και ο αξιολογητής EA3 τονίζει την έλλειψη ανοιχτού τύπου ερωτήσεων.

*EA1. Το εκπαιδευτικό υλικό είναι μέτριο σε δραστηριότητες που ενθαρρύνουν τον εκπαιδευόμενο να εκφράσει τις δικές του απόψεις σε όλες τις σημαντικές έννοιες.*

*EA2. Στο ΕΥ υπάρχει αντίστοιχη δραστηριότητα συνεργατικού τοίχου, που ενθαρρύνει τον εκπαιδευόμενο να εκφράσει τη δική του άποψη αλλά καλό θα ήταν να υπάρχουν περισσότερες.*

*EA3. Υπάρχουν στο υλικό δραστηριότητες που μπορεί ο εκπαιδευόμενος να εκφράσει τη δική του άποψη αλλά θα μπορούσαν να υπάρχουν και άλλες. Θα μπορούσαν να υπάρχουν ασκήσεις ελεύθερης ανάπτυξης.*

### **β) Ενθάρρυνση ως προς την έκφραση ερωτήσεων**

- Το ΕΥ εμπεριέχει δραστηριότητες οι οποίες ενθαρρύνουν τον εκπαιδευόμενο να διατυπώνει τις δικές του ερωτήσεις πάνω σε σημαντικά ζητήματα;

Οι αξιολογητές συμφωνούν ότι δεν δίνεται δυνατότητα στο μαθητή να εκφράσει ερωτήσεις, απορίες σε κάποιο φόρουμ ή χώρο συζητήσεων.

*EA1. Δεν υπάρχουν δραστηριότητες ή κάποιος χώρος συζητήσεων για να εκφράσει ο μαθητής απορίες ή ερωτήσεις. Άξια αναφοράς όμως η δραστηριότητα με την αναλογία χυμού λεμονιού – νερού όπου ο μαθητής έρχεται σε διάλογο με το υλικό.*

*EA2. Από το ΕΥ απουσιάζει χώρος συζητήσεων ή φόρουμ. Η μόνο δυνατότητα που δίνεται στον εκπαιδευόμενο να διατυπώσει τη δική του ερώτηση είναι ο συνεργατικός τοίχος, που όμως εξυπηρετεί διαφορετικό σκοπό.*

*EA3. Δεν υπάρχει δυνατότητα επικοινωνίας του μαθητή με τους υπόλοιπους συμμαθητές του αλλά και με το δάσκαλο.*

### **γ) Συναισθηματική εμπλοκή με το ΕΥ**

- Το ΕΥ εμπεριέχει δραστηριότητες οι οποίες ενθαρρύνουν τον εκπαιδευόμενο να εμπλακεί συναισθηματικά με βάση τα προσωπικά του ενδιαφέροντα;

Και οι τρεις αξιολογητές θεωρούν ότι οι περισσότερες δραστηριότητες αντλούν τα θέματά τους μέσα από την καθημερινή ζωή και εμπλέκουν συναισθηματικά το μαθητή κάτι που ο αξιολογητής EA3 θεωρεί ότι θα μπορούσε να γίνεται με μεγαλύτερη ποικιλία θεμάτων. Δύο αξιολογητές (EA1, EA3) αναφέρουν ότι τα παιχνίδια σχετικά με τα ισοδύναμα κλάσματα και τις αναλογίες εμπλέκουν συναισθηματικά τον εκπαιδευόμενο καθώς και κάποιοι υπερσύνδεσμοι που οδηγούν σε ιδιαίτερες μουσικές συνθέσεις όπως αναφέρεται από τον αξιολογητή EA1.

*EA1. Η συναισθηματική εμπλοκή του εκπαιδευόμενου πετυχαίνεται είτε μέσα από την παιγνιώδη μάθηση (υπερσύνδεσμοι που οδηγούν σε παιχνίδια μαθηματικών), είτε μέσα από*

δραστηριότητες καθημερινής ζωής (συνταγές - ειδικά στην περίπτωση της της πίτσας) καθώς και υπερσυνδέσμων που οδηγούν σε ιδιαίτερες μουσικές συνθέσεις.

EA2. Τα παραδείγματα που χρησιμοποιούνται για την ανάλυση των αντίστοιχων μαθηματικών εννοιών, αντλούν θέματα από την καθημερινότητα, βοηθώντας τον εκπαιδευόμενο να εμπλακεί συναισθηματικά.

EA3. Στο EY θα μπορούσε να υπάρχει μεγαλύτερη ποικιλία δραστηριοτήτων μέσα από την καθημερινή ζωή. Τα παιχνίδια των ισοδύναμων λόγων και αναλογιών συμβάλουν σίγουρα στη συναισθηματική εμπλοκή του εκπαιδευόμενου.

#### **δ) Ενθάρρυνση ανταλλαγής απόψεων**

- Το EY εμπεριέχει δραστηριότητες οι οποίες ενθαρρύνουν τον εκπαιδευόμενο να ανταλλάξει απόψεις με τους άλλους εκπαιδευόμενους.

Όλοι οι αξιολογητές συμφωνούν ότι από το υλικό λείπει ένας χώρος συζητήσεων (φόρουμ) που να μπορούν οι μαθητές να εκφράσουν απορίες ή/και ιδέες σχετικά με το αντικείμενο και να ανταλλάξουν απόψεις με τους συμμαθητές τους.

EA1. Όπως ανέφερα δεν υπάρχει χώρος συζητήσεων ή φόρουμ για να εκφράσει ο μαθητής απορίες ή ιδέες σχετικά με το αντικείμενο που διδάσκεται.

EA2. Υπάρχει μία μόνο αντίστοιχη δραστηριότητα του συνεργατικού τοίχου που λειτουργεί ως χώρος ανταλλαγής απόψεων. Όπως ανέφερα απουσιάζει χώρος συζητήσεων ή φόρουμ

EA3. Δεν υπάρχει δυνατότητα επικοινωνίας του μαθητή με τους υπόλοιπους συμμαθητές του αλλά και με το δάσκαλο.

#### **ε) Ενθάρρυνση κοινωνικοποίησης**

- Το EY εμπεριέχει δραστηριότητες οι οποίες ενθαρρύνουν τον εκπαιδευόμενο να θεωρήσει τον εαυτό του ως μέλος μιας κοινωνικής ομάδας που έχει συγκεκριμένες ανάγκες και προσδοκίες.

Οι αξιολογητές συμφωνούν ότι αν και υπάρχει μία αντίστοιχη δραστηριότητα με το συνεργατικό τοίχο θα μπορούσαν να υπάρχουν και άλλες αντίστοιχες δραστηριότητες.

EA1. Δεν υπάρχουν αρκετές ή και ξεκάθαρες αντίστοιχες δραστηριότητες αν και το αντικείμενο του EY δεν βοηθάει προς αυτήν την κατεύθυνση.

*EA2. Από το ΕΥ απουσιάζουν δραστηριότητες εμπλοκής του εκπαιδευόμενου σε μια κοινωνική ομάδα, με εξαίρεση τη δραστηριότητα του συνεργατικού τοίχου.*

*EA3. Δεν υπάρχουν δραστηριότητες συνεργατικής μάθησης και κοινωνικής εμπλοκής του εκπαιδευόμενου εκτός από τη δραστηριότητα με το συνεργατικό τοίχο.*

#### **στ) Εμπλουτισμός απόψεων – γνώσεων**

- Το ΕΥ εμπεριέχει δραστηριότητες οι οποίες ενθαρρύνουν τον εκπαιδευόμενο να ενσωματώσει / εμπλουτίσει τις απόψεις του σε αυτό.

Όλοι οι αξιολογητές συμφωνούν ότι θα μπορούσαν αν υπάρχουν περισσότερες δραστηριότητες.

*EA1. Το ΕΥ εμπεριέχει πολλές δραστηριότητες που ενθαρρύνουν τον εκπαιδευόμενο να ενσωματώσει / εμπλουτίσει τις απόψεις του.*

*EA2. Ο συνεργατικός τοίχος αλλά και οι δραστηριότητες σε όλα τα διαδραστικά βίντεο βοηθάνε τον εκπαιδευόμενο να ενσωματώσει και να εμπλουτίσει τις απόψεις του.*

*EA3. Θα μπορούσαν να υπάρχουν και άλλες τέτοιες δραστηριότητες.*

#### **6ος άξονας: Δυνατότητα αναστοχασμού και αυτοαξιολόγησης του εκπαιδευόμενου**

##### **α) Δραστηριότητες αυτοαξιολόγησης**

- Το ΕΥ εμπεριέχει δραστηριότητες οι οποίες ενθαρρύνουν την αυτοαξιολόγηση του εκπαιδευόμενου;
- Το ΕΥ εμπεριέχει δραστηριότητες οι οποίες ενθαρρύνουν την ανάπτυξη της αυτόνομης κριτικής σκέψης του εκπαιδευόμενου;

Όλοι οι ειδικοί αξιολογητές συμφωνούν ότι το υλικό είναι πλούσιο σε δραστηριότητες αυτοαξιολόγησης που συμβάλλουν στην ανάπτυξη κριτικής σκέψης και καλλιεργούν τη μαθηματική αντίληψη.

*EA1. Το εκπαιδευτικό υλικό εμπεριέχει δραστηριότητες οι οποίες αναπτύσσουν την αυτόνομη κριτική σκέψη του εκπαιδευόμενου και ενθαρρύνουν την αυτοαξιολόγηση του εκπαιδευόμενου σε απόλυτο βαθμό.*

*EA2. Στο τέλος κάθε διδακτικής ενότητας, υπάρχει η αντίστοιχη διαφάνεια με το σκορ που έλαβε ο εκπαιδευόμενος σε όλες τις δραστηριότητες. Ως προς την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης η ανάλυση των μαθηματικών όρων και εννοιών κάτω από διαφορετικά πρίσματα οδηγεί τον εκπαιδευόμενο σε αυτήν την κατεύθυνση. Για παράδειγμα, χρησιμοποιούνται*



διαφορετικές προσεγγίσεις για την επίλυση προβλημάτων (χιαστί πολλαπλασιασμοί, αριθμογραμμές, διαγράμματα ταινίας κ.λπ.). Η συνεχής αυτοαξιολόγηση επίσης συμβάλει στην ανάπτυξη κριτικής σκέψης.

EA3. Το εκπαιδευτικό υλικό είναι πλούσιο σε δραστηριότητες αυτοαξιολόγησης που αναπτύσσουν και καλλιεργούν την συλλογιστική των μαθηματικών αλλά και την αυτόνομη κριτική σκέψη.

## **β) Ανατροφοδότηση**

- Το ΕΥ εμπεριέχει δραστηριότητες οι οποίες ενθαρρύνουν την ανάπτυξη διάυλων επικοινωνίας με στόχο την ανατροφοδότηση του εκπαιδευόμενου;

Η ανατροφοδότηση κρίνεται από όλους τους αξιολογητές ως συνεχής και άμεση προτρέποντας τον εκπαιδευόμενο να αλληλεπιδράσει με το υλικό.

EA1. Η ανατροφοδότηση στο υλικό είναι συνεχής με σκοπό την καθοδήγηση του εκπαιδευόμενου είτε σε υλικό που χρειάζεται να μελετήσει για να βρει την απάντηση, είτε σε υποδείξεις- λύσεις των ασκήσεων.

EA2. Παρέχονται οι λύσεις σε όλες τις δραστηριότητες του ΕΥ. Επιπλέον, όταν ο εκπαιδευόμενος απαντήσει λάθος, παρέχονται επεξηγήσεις, που τον οδηγούν στη σωστή απάντηση.

EA3. Η ανατροφοδότηση είναι συνεχής με τη μορφή ερωτήσεων - απαντήσεων.

## **γ) Συσχετισμοί**

- Το ΕΥ εμπεριέχει δραστηριότητες οι οποίες ενθαρρύνουν τον εκπαιδευόμενο να συσχετίσει τα νέα δεδομένα με τη δική του πραγματικότητα;
- Το ΕΥ εμπεριέχει δραστηριότητες οι οποίες ενθαρρύνουν τον εκπαιδευόμενο να εφαρμόσει τη νέα γνώση στη δική του πραγματικότητα;

Όλοι οι αξιολογητές κρίνουν ότι ο συσχετισμός των εννοιών μεταξύ τους αλλά και η σύνδεσή τους με τον πραγματικό κόσμο πετυχαίνεται από το ΕΥ σε απόλυτο βαθμό.

EA1. Στο ΕΥ υπάρχει συσχετισμός των εννοιών με προηγούμενη γνώση και συνδέεται με την πραγματική ζωή.

EA2. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, αυτό επιτυγχάνεται μέσω της χρήσης παραδειγμάτων και προβλημάτων, που αντλούν τη θεματολογία τους από την καθημερινότητα.

EA3. Γίνεται συσχετισμός των εννοιών και σύνδεση τους με τον πραγματικό κόσμο.

### **7ος άξονας: Σκοπός και Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα**

Όλοι οι αξιολογητές συμφωνούν ότι ο σκοπός και τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα σε όλα τα επίπεδα (γνώσεων, δεξιοτήτων, στάσεων) διατυπώνονται σαφώς στην περιγραφή του μαθήματος και στα εισαγωγικά στοιχεία κάθε διδακτικής ενότητας.

#### **α) Σκοπός**

- Στο ΕΥ διατυπώνεται σαφώς ο σκοπός της κάθε διδακτικής ενότητας.

*EA1. Ο σκοπός κάθε ενότητας διατυπώνεται σαφώς στα εισαγωγικά στοιχεία των διδακτικών ενότητων. Ο σκοπός του μαθήματος διατυπώνεται στην περιγραφή του μαθήματος.*

*EA2. Στο ΕΥ διατυπώνεται με σαφήνεια ο σκοπός κάθε διδακτικής ενότητας.*

*EA3. Ο σκοπός του μαθήματος και ο σκοπός των επί μέρους ενότητων διατυπώνονται σαφώς στα αντίστοιχα μέρη του ΕΥ.*

#### **β) Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα**

- Στο ΕΥ διατυπώνονται σαφώς τα προσδοκώμενα αποτελέσματα σε κάθε διδακτική ενότητα;
- Τα προσδοκώμενα αποτελέσματα παρακινούν τον εκπαιδευόμενο σε επίπεδο γνώσεων;
- Τα προσδοκώμενα αποτελέσματα παρακινούν τον εκπαιδευόμενο σε επίπεδο δεξιοτήτων;
- Τα προσδοκώμενα αποτελέσματα παρακινούν τον εκπαιδευόμενο σε επίπεδο στάσεων;

*EA1. Τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα διατυπώνονται σαφώς και παρακινούν τον εκπαιδευόμενο σε κάθε επίπεδο. Χαρακτηριστικό παράδειγμα παρακίνησης του μαθητή σε επίπεδο στάσεων, το παράδειγμα με τη συμφωνική ορχήστρα.*

*EA2. Στο ΕΥ διατυπώνονται με σαφήνεια τα προσδοκώμενα αποτελέσματα κάθε διδακτικής ενότητας και παρακινούν σε κάθε επίπεδο.*

*EA3. Τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα διατυπώνονται σαφώς στην αρχή κάθε ενότητας αλλά και στην περιγραφή του μαθήματος και παρακινούν τον εκπαιδευόμενο σε κάθε επίπεδο.*

#### **γ) Έλεγχος μαθησιακών στόχων**

- Ο εκπαιδευόμενος ελέγχει την πρόοδό του με βάση τα προσδοκώμενα αποτελέσματα;

Όλοι οι αξιολογητές συμφωνούν ότι η πρόοδος του μαθητή ελέγχεται με βάση τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα.

*EA1. Ο έλεγχος και η αυτοαξιολόγηση γίνεται με βάση τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα.*

*EA2. Ο εκπαιδευόμενος ελέγχει την πρόοδό του με βάση τα προσδοκώμενα αποτελέσματα.*

*EA3. Το μάθημα καλύπτει τους διδακτικούς στόχους και η πρόοδος του μαθητή αξιολογείται με βάση τα μαθησιακά αποτελέσματα.*

### **5.5.2.2 Δυνατά σημεία και προτάσεις βελτίωσης του ΕΥ ως προς το περιεχόμενο ΤΡΚ στο 2ο ερευνητικό ερώτημα**

#### **8ος άξονας: Δυνατά σημεία του ΕΥ**

Ο αξιολογητής EA1 χαρακτηρίζει ως δυνατό σημείο του υλικού τη συνεχή **ανατροφοδότηση** και **καθοδήγηση** του εκπαιδευόμενου. Ο αξιολογητής EA2 αναφέρει ως δυνατά σημεία του ΕΥ τη **δομή** και το σχεδιασμό του μαθήματος, τις **δραστηριότητες** και την **πολυμορφικότητα** του υλικού. Ο αξιολογητής EA3 αναφέρεται στην **ενίσχυση της αυτομάθησης**.

*EA1 Η αναλυτική ανατροφοδότηση, είτε με χρήση των εργαλείων της εκάστοτε άσκησης, είτε με αυτούσιες εικόνες (ή βίντεο) που δημιουργήθηκαν για τον σκοπό αυτό (υποδείξεις, λύσεις).*

*EA2. α) Η Δομή του ΕΥ: εισάγει τον εκπαιδευόμενο σε νέες έννοιες με πολύ ομαλό και δομημένο τρόπο, με κατάλληλο ρυθμό και κατάλληλα παραδείγματα.*

*β) Οι δραστηριότητες: πολλαπλές και εύστοχες δραστηριότητες που οδηγούν τον εκπαιδευόμενο στην εμπέδωση της νέας πληροφορίας.*

*γ) Η πολυμορφικότητα του υλικού τόσο ως προς τη μετάδοση της πληροφορίας όσο και ως προς τη διδακτική του προσέγγιση.*

*EA3. Ενίσχυση της αυτομάθησης*

#### **9ος άξονας: Προτάσεις βελτίωσης του ΕΥ**

Όλοι οι αξιολογητές συμφωνούν ότι στο υλικό χρειάζονται περισσότερες δραστηριότητες που να μπορεί ο μαθητής να **εκφράσει τις απόψεις-ιδέες του ελεύθερα (ανοιχτού τύπου**

ερωτήσεις) καθώς και τη δημιουργία χώρου συνεργατικής μάθησης και επικοινωνίας (φόρουμ) για ανταλλαγή απόψεων, επίλυση αποριών κλπ.

EA1. Ύπαρξη περισσότερων δραστηριοτήτων που ενθαρρύνουν του εκπαιδευόμενους να ανταλλάζουν απόψεις και γνώσεις, αναπτύσσοντας κοινωνικές δεξιότητες.

EA2. Θα μπορούσαν να υπάρχουν περισσότερες δραστηριότητες αλληλεπίδρασης μεταξύ των εκπαιδευόμενων και δυνατότητα επικοινωνίας με τον εκπαιδευτή.

EA3. Περισσότερες δραστηριότητες συνεργατικής μάθησης και επικοινωνίας μεταξύ των εκπαιδευόμενων.

### 5.5.3 3ο Ερευνητικό Ερώτημα:

«Το εκπαιδευτικό υλικό έχει δημιουργηθεί σύμφωνα με τις αρχές της πολυμεσικής μάθησης;»

#### 5.5.3.1 Τεχνολογική & Παιδαγωγική Γνώση (TPK)

##### 1ος άξονας: Εφαρμογή αρχών πολυμεσικής μάθησης

Όλοι οι αξιολογητές συμφωνούν ότι στο ΕΥ, οι αρχές πολυμεσικής μάθησης του Meyer, εφαρμόζονται πλήρως και σε απόλυτο βαθμό. Δυνατά σημεία του υλικού χαρακτηρίζονται οι αρχές **τροπικότητας** (αξιολογητές EA1, EA2), η αρχή της **φωνής** (αξιολογητής EA1) και η αρχή της **προπαίδευσης** (αξιολογητές EA2, EA3). Ως προς τη βελτίωση του υλικού οι αξιολογητές EA1 και EA3 προτείνουν κάποιες αλλαγές ως προς την αρχή της κατάτμησης και ο αξιολογητής EA2 δεν προτείνει καμία αλλαγή αναφέροντας χαρακτηριστικά “Το ΕΥ αξιολογείται πλήρως ως προς τις αρχές πολυμεσικής μάθησης”.

##### α) Πολυμεσικότητα

- Στο Ε.Υ. υπάρχει συνδυασμός κείμενου και εικόνας για την παρουσίαση του γνωστικού αντικείμενου;
- Στο Ε.Υ. η χρήση των εικόνων σας βοηθάει να κατανοήσετε το γνωστικό αντικείμενο;

EA1. Η χρήση εικόνων βοηθάνε τον εκπαιδευόμενο σε απόλυτο βαθμό.

EA2. Δεν γίνεται συχνή χρήση εικόνας και κειμένου μέσα στο υλικό αλλά όπου χρησιμοποιούνται ακολουθούνται πλήρως οι αρχές της πολυμεσικότητας, γειτνίασης και συγχρονισμού.

EA3. Όπου γίνεται χρήση εικόνων παρουσιάζονται σωστά και βοηθάνε στην κατανόηση του αντικείμενου.

## **β) Τροπικότητα**

- Στο Ε.Υ. υπάρχουν στοιχεία αφήγησης (μονόλογος, διάλογος, περιγραφή, σχόλια κ.ά.);

*EA1. Το ΕΥ είναι πλούσιο σε στοιχεία ψηφιακής αφήγησης. Σε καμία διαφάνεια δεν γίνεται ταυτόχρονη χρήση εικόνας, κειμένου και ήχου για την παρουσίαση του υλικού.*

*EA2. Στο ΕΥ υπάρχουν στοιχεία αφήγησης σε απόλυτο βαθμό αφού όλο το υλικό αναπτύσσεται συνδυάζοντας ήχο και εικόνα είτε με τη μορφή βίντεο είτε με την αφήγηση ψηφιακών χαρακτήρων (avatar).*

*EA3. Σε κάθε διαφάνεια γίνεται χρήση αφήγησης.*

## **γ) Συνοχή**

- Στο Ε.Υ. συμπεριλαμβάνονται μη σχετικές πληροφορίες (λέξεις, εικόνες, ήχοι) με το γνωστικό αντικείμενο;

*EA1. Στο υλικό δεν υπάρχουν στοιχεία μη σχετικά με το αντικείμενο.*

*EA2. Στο ΕΥ δεν συμπεριλαμβάνονται μη σχετικές πληροφορίες.*

*EA3. Δεν εντοπίστηκαν μη σχετικά στοιχεία.*

## **δ) Προσωποποίησης**

- Στο Ε.Υ. γίνεται χρήση φιλικής γλώσσας;
- Στο Ε.Υ. γίνεται χρήση δεύτερου προσώπου;
- Στο Ε.Υ. υπάρχουν διαδραστικές δραστηριότητες που παρέχουν ανατροφοδότηση στους εκπαιδευόμενους;

*EA1. Στο υλικό γίνεται χρήση φιλικής γλώσσας και δεύτερου προσώπου. Οι διαδραστικές δραστηριότητες είναι πολλές με άμεση και συνεχή ανατροφοδότηση.*

*EA2. Στο υλικό γίνεται χρήση φιλικής γλώσσας και δεύτερου προσώπου. Το ΕΥ είναι πλούσιο σε διαδραστικά βίντεο και δραστηριότητες με συνεχή ανατροφοδότηση.*

*EA3. Γίνεται χρήση φιλικής γλώσσας σε ικανοποιητικό βαθμό. Γίνεται χρήση δεύτερου προσώπου σε απόλυτο βαθμό. Η ανατροφοδότηση των διαδραστικών δραστηριοτήτων είναι άμεση, συνεχής και ενεργοποιεί το μάθημα σε μία ευρετική πορεία αυτομάθησης και γνώσης.*

## **ε) Φωνή**

- Στο Ε.Υ. γίνεται ηχητική παρουσίαση του γνωστικού αντικείμενου;

- Στο Ε.Υ. το ύφος της ηχητικής παρουσίασης είναι φιλικό για τον εκπαιδευόμενο;

*EA1. Στο ΕΥ γίνεται ηχητική παρουσίαση του αντικειμένου σε απόλυτο βαθμό και το ύφος της ηχητικής παρουσίασης είναι φιλικό και ξεκάθαρο.*

*EA2. Στο μεγαλύτερο μέρος του υλικού γίνεται ηχητική παρουσίαση σε φιλικό και ήρεμο τόνο προς τον εκπαιδευόμενο.*

*EA3. Στο ΕΥ γίνεται ηχητική παρουσίαση του γνωστικού αντικειμένου και το ύφος της ηχητικής παρουσίασης είναι φιλικό για τον εκπαιδευόμενο σε απόλυτο βαθμό.*

#### **στ) Εικόνα**

- Στο Ε.Υ. εμφανίζεται ένας φιλικός χαρακτήρας (avatar) που ενισχύει τη διαδικασία μάθησης των εκπαιδευόμενων;

*EA1. Η ηχητική παρουσίαση γίνεται με χρήση δύο συμπαθητικών «εξωγήινων» χαρακτήρων (avatar) που εξυπηρετούν πλήρως της αρχή της εικόνας.*

*EA2. Όλο το υλικό παρουσιάζεται ηχητικά με τη χρήση φιλικών χαρακτήρων (avatar)*

*EA3. Γίνεται χρήση avatars σε όλο το υλικό.*

#### **ζ) Κατάτμηση**

- Στο Ε.Υ. η παρουσίαση του γνωστικού αντικειμένου γίνεται τμηματικά;
- Στο Ε.Υ. υπάρχουν μακροσκελή κείμενα για την παρουσίαση του γνωστικού αντικειμένου;

*EA1. Στο ΕΥ η παρουσίαση του αντικειμένου γίνεται τμηματικά χωρίς μακροσκελή και πυκνογραμμένα κείμενα. Ίσως θα μπορούσε να γίνει αραίωση σε δυο διαφάνειες.*

*EA2. Η παρουσίαση του περιεχομένου γίνεται τμηματικά χωρίς πυκνογραμμένα κείμενα και «μπουκωμένες» διαφάνειες.*

*EA3. Δεν υπάρχουν μακροσκελή κείμενα και η παρουσίαση γίνεται τμηματικά.*

#### **η) Σηματοδότηση**

- Στο Ε.Υ. υπάρχουν στοιχεία επισήμανσης (έντονη γραφή, υπογράμμιση, χρωματισμός κ.ά.);

*EA1. Η αρχή της σηματοδότησης ικανοποιείται σε απόλυτο βαθμό.*

*EA2. Γίνεται χρήση έντονης γραφής, υπογράμμισης και χρωματισμών όχι μόνο στα κείμενα αλλά και μέσα στα βίντεο, υποδεικνύεις, λύσεις ανατροφοδοτήσεις κλπ που βοηθάνε σε απόλυτο βαθμό τη μελέτη του ΕΥ.*

*EA3. Οι επισημάνσεις που χρησιμοποιούνται (χρώματα, έντονη γραφή, υπογραμμίσεις κλπ) βοηθάνε στη μελέτη του υλικού.*

### **θ) Προπαίδευση**

- Το Ε.Υ. παρέχει σαφείς οδηγίες στους εκπαιδευόμενους για την υλοποίηση των δραστηριοτήτων και εργασιών;
- Στο Ε.Υ. υπάρχουν εισαγωγικές δραστηριότητες που βοηθούν στη μελέτη του γνωστικού αντικειμένου;

*EA1. Οι οδηγίες που δίνονται στον εκπαιδευόμενο είναι συνεχείς και αφορούν είτε την πλοήγησή του στο μάθημα είτε την πλοήγησή του στη μελέτη.*

*EA2. Σε κάθε ΔΕ υπάρχει οδηγός πλοήγησης που βοηθάει τον εκπαιδευόμενο στην πλοήγησή του μάθημα. Ως προς την πλοήγηση στη μελέτη παρέχονται σαφείς οδηγίες για την υλοποίηση των δραστηριοτήτων δίνοντας στον οδηγό πλοήγησης από ένα παράδειγμα για κάθε δραστηριότητα. Σημαντικό είναι επίσης ότι υπάρχουν βίντεο προπαίδευσης των αντίστοιχων ασκήσεων που θα βοηθήσουν τον εκπαιδευόμενο στη μελέτη του.*

*EA3. Οι οδηγίες που δίνονται είτε στην αρχή κάθε ενότητας είτε μέσα στο υλικό, βοηθάνε σε απόλυτο βαθμό την πλοήγηση στο μάθημα και τη μελέτη του μαθητή.*

### **5.5.3.2 Δυνατά σημεία και προτάσεις βελτίωσης του ΕΥ ως προς το περιεχόμενο ΤΡΚ στο 3ο ερευνητικό ερώτημα**

#### **2ος άξονας: Δυνατά σημεία του ΕΥ**

*EA1. α) Η προβολή video παρουσίασης που προσομοιάζουν το περιβάλλον της τάξης (οπτική και ηχητική αντιστοιχία των πληροφοριών του «πίνακα της τάξης»).*

*β) Η καθαρότητα και η σαφήνεια της αφήγησης.*

*EA2. α) Η τροπικότητα του ΕΥ*

*β) Η αρχή της προπαίδευσης*

*EA3. Η προπαίδευση βοηθάει σε απόλυτο βαθμό των εκπαιδευόμενο σε όλα τα επίπεδα (είτε στην πλοήγηση στο μάθημα είτε στη μελέτη του).*

#### **3ος άξονας: Προτάσεις βελτίωσης του ΕΥ**

*EA1. Κατάτμηση της δεύτερης ΔΕ για να μειωθεί λίγο ο χρόνος και αραίωση σε 2 διαφάνειες.*

EA2. Το ΕΥ αξιολογείται πλήρως ως προς τις αρχές πολυμεσικής μάθησης.

EA3. Ίσως η παρουσίαση του υλικού σε μερικές διαφάνειες να ήταν πιο αραιές.

## 5.6 Σύνοψη αποτελεσμάτων

### 5.6.1 Αποτύπωση αξιολόγησης - 1ο ερευνητικό ερώτημα

Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης ως προς το **1ο ερευνητικό ερώτημα** σχετικά με τις προδιαγραφές εξ αποστάσεως ΕΥ και τις αλληλεπιδράσεις του περιεχομένου Λόγοι και Αναλογίες μαθηματικά ΣΤ' Δημοτικού με τα περιεχόμενα παιδαγωγικής και τεχνολογικής γνώσης συνοψίζονται ως εξής:

- **Παιδαγωγική και Γνώση Περιεχομένου (PCK)**

Όλοι οι αξιολογητές συμφώνησαν ότι το ΕΥ συμβάλλει στην **οικοδόμηση της γνώσης** των αναλογιών **συσχετίζοντας** τις έννοιες μεταξύ τους, συνδεδεμένες με την **πραγματικότητα** και την καθημερινή ζωή. Αναπτύσσει την **αναλογική συλλογιστική** μέσα από την κατανόηση αριθμητικών σχέσεων και την **επίλυση προβλημάτων** χρησιμοποιώντας μέσα **αναπαράστασης**.

Η αξιολόγησης έδειξε ότι δεν δίνεται δυνατότητα **επικοινωνίας** του μαθητή για να εκφράσει ελεύθερα τις μαθηματικές του απόψεις μέσα από **ασκήσεις ανάπτυξης**.

- **Τεχνολογική και Γνώση Περιεχομένου (TCK)**

Όλοι οι αξιολογητές συμφώνησαν ότι οι **στόχοι** μάθησης είναι ξεκάθαροι στο μαθητή. Η διδασκαλία είναι **προγραμματισμένη** και κατατετημημένη σε μικρά και διαδοχικά βήματα μέσα από μία ακολουθία **ερωτήσεων και απαντήσεων**. Η **ανατροφοδότηση** είναι άμεση και συνεχής και σε **κάθε απάντηση** του μαθητή **υπάρχει απόκριση** του συστήματος. Το ΕΥ συμβάλλει στη **θετική ενίσχυση** του μαθητή και οι προσπάθειες του μαθητή **αμείβονται**.

Οι αξιολογητές συμφώνησαν επίσης ότι το ΕΥ **δεν απευθύνεται σε διαφορετικές ανάγκες μαθητών** με ασκήσεις που είτε μπορούν, είτε δεν μπορούν να λυθούν με μεγάλη ευκολία από τους μαθητές.

- **Δυνατά σημεία και προτάσεις βελτίωσης ως προς τα περιεχόμενα PCK και TCK**

Δυνατά σημεία του ΕΥ χαρακτηρίστηκαν η επιστημονική του **εγκυρότητα**, η **ανατροφοδότηση** και η **ενθάρρυνση** του εκπαιδευόμενου και η καλλιέργεια της **αναλογικής συλλογιστικής** μέσα από ένα **διαδραστικό μάθημα** που προάγει τη βαθιά και **ουσιαστική μαθηματική γνώση**.



Ως προς τις προτάσεις βελτίωσης όλοι οι αξιολογητές συμφώνησαν ότι στο ΕΥ χρειάζεται οι ασκήσεις να απευθύνονται σε διαφορετικές ανάγκες μαθητών με **ασκήσεις διαβαθμισμένης δυσκολίας** αλλά και δραστηριότητες για **μαθητές με ειδικές μαθησιακές ανάγκες**. Ένα άλλο σημαντικό σημείο που επισημάνθηκε είναι η δυνατότητα **επικοινωνίας** των απόψεων του μαθητή μέσα από **ασκήσεις ανάπτυξης** αλλά και η δημιουργία ενός χώρου επικοινωνίας (φόρουμ) ανταλλαγής ιδεών και επίλυσης αποριών. Ως προς το γνωστικό αντικείμενο προτάθηκε αποσαφήνιση των «**καθαρών**» **λόγων από τους λόγους που έχουν μονάδες μέτρησης** και μεγαλύτερη επισήμανση **της λανθασμένης απάντησης** σε όλες τις δραστηριότητες.

#### **5.6.2 Αποτύπωση αξιολόγησης - 2ο ερευνητικό ερώτημα**

Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης ως προς το **2ο ερευνητικό ερώτημα** σχετικά με τις αρχές και τη μεθοδολογία της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης και τις αλληλεπιδράσεις των περιεχομένων παιδαγωγικής και τεχνολογικής γνώσης συνοψίζονται ως εξής:

- **Τεχνολογική και Παιδαγωγική γνώση Περιεχομένου (TPK)**

Οι ειδικοί αξιολογητές επεσήμαναν ότι το ΕΥ ενισχύει την **αυτομάθηση** υπογραμμίζοντας ως δυνατά σημείο του υλικού τη **δομή** και την **πολυμορφικότητά** του καθώς και την **ανατροφοδότηση** και **καθοδήγηση** του εκπαιδευόμενου.

Όλοι οι αξιολογητές συμφώνησαν ότι δεν δίνεται δυνατότητα **επικοινωνίας** των απόψεων του μαθητή μέσα από **ανοιχτού τύπου δραστηριότητες** ή δραστηριότητες που ενισχύουν τη **συνεργατική μάθηση** και επικοινωνία.

#### **5.6.3 Αποτύπωση αξιολόγησης - 3ο ερευνητικό ερώτημα**

Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης ως προς το **3ο ερευνητικό ερώτημα** σχετικά με τις αρχές πολυμεσικής μάθησης και τις αλληλεπιδράσεις των περιεχομένων παιδαγωγικής και τεχνολογικής γνώσης συνοψίζονται ως εξής:

- **Τεχνολογική και Παιδαγωγική γνώση Περιεχομένου (TPK)**

Οι ειδικοί αξιολογητές εκτίμησαν ότι το ΕΥ πληροί όλες τις αρχές πολυμεσικής μάθησης, με δυνατά σημεία τις αρχές **τροπικότητας**, **φωνής** και **προπαίδευσης**.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

### 6. Συζήτηση – Συμπεράσματα

#### 6.1 Συμπεράσματα

Ο τρόπος ο οποίος προτείνεται από την παρούσα εργασία για την παιδαγωγική ένταξη της τεχνολογίας στη διδασκαλία των μαθηματικών είναι το μοντέλο TRACK των Mishra και Koehler (2006). Η σωστή ενσωμάτωση νέων τεχνολογιών στη διδασκαλία των μαθηματικών, μπορεί να επιτευχθεί λαμβάνοντας υπόψιν τις αλληλεπιδράσεις των περιεχομένων Παιδαγωγική Γνώση, Τεχνολογική Γνώση και Γνώση Περιεχομένου όπως αυτές παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 3 και το μοντέλο TRACK ([Κεφ.3](#)). Με βάση το μοντέλο TRACK ο εκπαιδευτικός ή ειδικός που καλείται να σχεδιάσει εξ αποστάσεως εκπαιδευτικό υλικό στα Μαθηματικά μπορεί να επιτύχει την αποτελεσματική μάθηση συνδυάζοντας την τεχνολογία υπό παιδαγωγικούς όρους και αντίστροφα.

Στα πλαίσια λοιπόν του σταδίου της Διερεύνησης όσον αφορά την ενσωμάτωση εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού στην διδασκαλία των Αναλογιών στα Μαθηματικά της ΣΤ' Δημοτικού, ακολουθώντας το μοντέλο TRACK, η έρευνα κατέληξε στα παρακάτω συμπεράσματα με βάση τα ερευνητικά ερωτήματα που τέθηκαν.

*1ο Ερευνητικό Ερώτημα: «Ποιες είναι οι προδιαγραφές για τη δημιουργία εξ αποστάσεως υλικού για τη διδασκαλία των αναλογιών στα μαθηματικά της ΣΤ' Δημοτικού;»*

Ως προς τις προδιαγραφές για τη δημιουργία εξ αποστάσεως ΕΥ στη διδασκαλία των αναλογιών κρίνεται απαραίτητο να λαμβάνονται υπόψιν τα περιεχόμενα των αντικειμένων Παιδαγωγική Γνώση Περιεχομένου (PCK) και Τεχνολογική Γνώση Περιεχομένου (TCK) όπως αυτά απεικονίζονται στο μοντέλο TRACK ([Εικόνα 1](#)) και αναλύονται στο Κεφάλαιο 3 ([3.4 – 3.6](#)).

Οι αλληλεπιδράσεις των περιεχομένων Παιδαγωγική Γνώση και Γνώση Περιεχομένου (Παιδαγωγική Γνώση Περιεχομένου - PCK) ως προς τη διδασκαλία των αναλογιών ανέδειξε τα εξής σημεία:

- Η οικοδόμηση της γνώσης επιτυγχάνεται μέσα από το συσχετισμό των εννοιών αλλά και τη σύνδεση τους με την πραγματικότητα.
- Η ανάπτυξη της αναλογικής συλλογιστικής επιτυγχάνεται μέσα από την κατανόηση αριθμητικών σχέσεων, την επίλυση προβλημάτων και αναπαράσταση (οπτικοποίηση) των εννοιών.

- Οι ασκήσεις πρέπει να καλύπτουν όλες τις περιπτώσεις μαθητών μέσα από ανοιχτού και κλειστού τύπου ερωτήσεις.

Οι αλληλεπιδράσεις των περιεχομένων Τεχνολογική Γνώση και Γνώση Περιεχομένου (Τεχνολογική και Γνώση Περιεχομένου – ΤCK) ανέδειξε τα εξής σημεία:

- Οι στόχοι του μαθήματος πρέπει να είναι ξεκάθαροι στο μαθητή.
- Η παρουσίαση των διδακτικών ενοτήτων με τη βοήθεια του ψηφιακού εργαλείου Course Presentation του διαδραστικού περιεχομένου H5P συμβάλει στην προγραμματισμένη διδασκαλία και την κατάτμηση της ύλης σε μικρά και διαδοχικά βήματα.
- Πρέπει να υπάρχει συνεχής και άμεση ανατροφοδότηση και σε κάθε ενέργεια του μαθητή να υπάρχει απόκριση του συστήματος.
- Η χρήση της javascript βιβλιοθήκης Mathjax κρίνεται απαραίτητη για την γραφή και διατήρηση των μαθηματικών συμβόλων.
- Η αδυναμία ένταξης επιστημονικής αριθμομηχανής στα περισσότερα LMS αλλά και στο διαδραστικό περιεχόμενο H5P, κρίνεται σοβαρή αφού η εισαγωγή μαθηματικών συμβόλων από τον ίδιο το μαθητή/τρια είναι αδύνατη, περιορίζοντας τις ασκήσεις σε κλειστού τύπου ερωτήσεις (σωστό-λάθος, επιλογής, συμπλήρωσης κενών με προκαθορισμένες απαντήσεις).

*2ο Ερευνητικό Ερώτημα: «Το εκπαιδευτικό υλικό διέπεται από τις αρχές και τη μεθοδολογία της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης;»*

Ως προς το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα για τις αρχές και τη μεθοδολογία της ΕξΑΕ κρίνεται απαραίτητο να λαμβάνονται υπόψιν οι αλληλεπιδράσεις των περιεχομένων Τεχνολογική Γνώση και Παιδαγωγική Γνώση (Τεχνολογική και Παιδαγωγική Γνώση – ΤΡΚ) όπως αυτά απεικονίζονται στο μοντέλο ΤPACK ([Εικόνα 1](#)) και αναλύονται στο Κεφάλαιο 3 ([3.7](#)). Με βάση τις παραπάνω αλληλεπιδράσεις η έρευνα ανέδειξε τα εξής σημεία:

- Το εξ αποστάσεως ΕΥ πρέπει να χαρακτηρίζεται από την πολυμορφικότητά του.
- Η χρήση διαδραστικών βίντεο και μέσων ψηφιακής αφήγησης μπορεί να βοηθήσει στην κατανόηση και εμπέδωση δύσκολων μαθηματικών εννοιών ενισχύοντας τη μάθηση σε όλα τα επίπεδα.
- Το ΕΥ πρέπει να ανοίγει διάυλο επικοινωνίας με το μαθητή/τρια δίνοντας του τη δυνατότητα να μπορεί εκφράσει ελεύθερα τις απόψεις-ιδέες του, μέσα από ανοιχτού τύπου δραστηριότητες ή/κα μέσα σε ένα φόρουμ.

- Όλες οι αλληλεπιδράσεις που συμβαίνουν μεταξύ των εκπαιδευόμενων, εκπαιδευτικών και εκπαιδευτικού υλικού κρίνονται εξίσου σημαντικές και απαραίτητες.
- Η παιχνιδοποίηση περιεχομένου συμβάλει στην ανάπτυξη μαθηματικών δεξιοτήτων ενώ η παιχνιδοποίηση δομής συμβάλει στη θετική ενίσχυση και επιβράβευση του μαθητή.

*3ο Ερευνητικό Ερώτημα: «Το εκπαιδευτικό υλικό έχει δημιουργηθεί σύμφωνα με τις αρχές της πολυμεσικής μάθησης;»*

Οι αλληλεπιδράσεις των περιεχομένων Τεχνολογική Γνώση και Παιδαγωγική Γνώση (Τεχνολογική και Παιδαγωγική Γνώση – ΤΡΚ) (3.7) συμβάλουν καθοριστικά στη διαμόρφωση και προσαρμογή εξ αποστάσεως ΕΥ με τις αρχές της πολυμεσικής μάθησης του Meyer. Τα βασικά σημεία που ανέδειξε η έρευνα είναι τα εξής:

- Για τη δημιουργία πολυμεσικού εξ αποστάσεως ΕΥ κρίνεται απαραίτητη η γνώση λογισμικών επεξεργασίας ήχου και εικόνας. Η παρούσα εργασία αναδεικνύει και προτείνει τη χρήση ανοιχτού κώδικα ή/και ελεύθερης χρήσης λογισμικών.
- Ως προς τις αρχές της τροπικότητας και πλεονασμού ο συνδυασμός εικόνας και ήχου, η χρήση βίντεο και άλλων μέσων ψηφιακής αφήγησης κρίνονται απαραίτητα στη μετάδοση της πληροφορίας με αποφυγή όμως της ταυτόχρονης χρήσης τους.
- Το ύφος της ηχητικής παρουσίασης για να είναι ήρεμο και φιλικό απαιτείται η χρήση σωστών μέσων ηχογράφησης και αναπαραγωγής ήχου (Αρχή της Φωνής).
- Η χρήση εικόνων avatar για προσομοίωση αφηγητή κρίνεται απαραίτητη χωρίς όμως να προϋποθέτει τη χρήση λογισμικών υψηλού κόστους αφού με ανοιχτού ή/και ελεύθερου κώδικα λογισμικά επεξεργασίας ήχου και εικόνας μπορούν να δημιουργηθούν αντίστοιχης ποιότητας χαρακτήρες από τον ίδιο τον εκπαιδευτικό (Αρχή της Εικόνας).
- Όπως ήδη αναφέρθηκε η χρήση του ψηφιακού εργαλείου Course Presentation του διαδραστικού περιεχομένου H5P συμβάλει στην αρχή της κατάτμησης.
- Η κατάλληλη σηματοδότηση και η προπαίδευση του εκπαιδευόμενου στη μελέτη και στις δραστηριότητες βοηθούν στην αλληλεπίδραση των μαθητών με το ΕΥ συμβάλλοντας στην ενεργό συμμετοχή και αυτονομία των μαθητών.
- Το πολυμεσικό εκπαιδευτικό υλικό είναι σημαντικό να διέπεται από καλή αισθητική και να προάγει «το ωραίο».

Η υλοποίηση εξ αποστάσεως ΕΥ χρειάζεται προσεχτικό σχεδιασμό και είναι ζωτικής σημασίας για την επίτευξη των διδακτικών στόχων (Κυρέζης, 2018). Ο σχεδιασμός ΕξΑΕ υλικού πρέπει να χαρακτηρίζεται από παιδαγωγική και τεχνολογική αρτιότητα σε συνδυασμό με την επιστημονική εγκυρότητα του γνωστικού περιεχομένου (Δασκαλάκη, 2019). Η έρευνα του Dogusoy (2020) μάλιστα αναφέρει ότι ένα σημαντικό πρόβλημα εφαρμογής του μοντέλου της ανεστραμμένης τάξης είναι η δημιουργία και σωστή ενσωμάτωση εκπαιδευτικού υλικού.

Σύμφωνα με την παρούσα έρευνα κρίνεται πλέον απαραίτητο, για τη σωστή ενσωμάτωση της τεχνολογίας στη διδασκαλία των μαθηματικών, ο εκπαιδευτικός - δημιουργός εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού, να είναι κατάλληλα καταρτισμένος έτσι ώστε να μπορεί να λάβει υπόψη του, τα περιεχόμενα των αλληλεπιδράσεων που συμβαίνουν μεταξύ των τριών βασικών αντικειμένων (Παιδαγωγική Γνώση, Γνώση Περιεχομένου και Τεχνολογική Γνώση), όπως αυτά καλύπτονται από το μοντέλο TPACK (3.1) και παρουσιάζονται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 3 (Κεφ.3).

## 6.2 Συζήτηση

Η παρούσα εργασία ασχολήθηκε με το σχεδιασμό και τη δημιουργία εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού για τη διδασκαλία των αναλογιών σε ένα μικτό – υβριδικό εκπαιδευτικό σύστημα.

Στόχοι της εργασίας ήταν (Α) να μελετηθεί ο σχεδιασμός και η υλοποίηση εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού στους Λόγους και τις Αναλογίες στα μαθηματικά της ΣΤ Δημοτικού, συνδυάζοντας τις βασικές αρχές μάθησης και διδασκαλίας, την διδακτική των μαθηματικών και τις αρχές της ΕξΑΕ, (Β) να γίνει αποτίμηση του εκπαιδευτικού υλικού ως προς το Παιδαγωγικό, Γνωστικό, και Τεχνολογικό περιεχόμενό και τις μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις όπως αυτές παρουσιάζονται στο μοντέλο TPACK (3.1).

### 6.2.1 1ο Ερευνητικό Ερώτημα

*1ο Ερευνητικό Ερώτημα: «Ποιες είναι οι προδιαγραφές για τη δημιουργία εξ αποστάσεως υλικού για τη διδασκαλία των αναλογιών στα μαθηματικά της ΣΤ' Δημοτικού;»*

Ως προς το 1ο ερευνητικό ερώτημα σχετικά με τις προδιαγραφές εξ αποστάσεως ΕΥ για τη διδασκαλία των αναλογιών στη ΣΤ' Δημοτικού η έρευνα ασχολήθηκε με το περιεχόμενο των αντικειμένων Παιδαγωγική και Γνώση Περιεχομένου (PCK) και Τεχνολογική και Γνώση Περιεχομένου (TCK).

Από την παρούσα έρευνα προκύπτει ότι η γνώση των μαθηματικών εννοιών είναι σημαντικό να **οικοδομείται μέσα από την επίλυση προβλημάτων, εμπλέκοντας** το μαθητή ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία κάτι που έρχεται σε συμφωνία με την έρευνα του Μανάρα, 2012. Όμοια η έρευνα του Κολοβού (2022) έδειξε ότι η μειωμένη διδασκαλία των μαθηματικών μέσω επίλυσης προβλήματος έχει μειωμένη εμπλοκή των μαθητών με μαθησιακές δυσκολίες ή/και αναπηρίες (ΔΕΠ-Υ ή κωφούς μαθητές/τριες) στην εκπαιδευτική διαδικασία. Η έρευνα Bottge κ.ά. (2014) έδειξε σημαντική στατιστική διαφορά στις βαθμολογίες των μαθητών που διδάχτηκαν λόγους και αναλογίες μέσω επίλυσης προβλημάτων από μαθητές που δεν διδάχτηκαν προβλήματα.

Η οικοδόμηση της γνώσης μέσα από την επίλυση προβλημάτων καλλιεργεί και αναπτύσσει την **αναλογική συλλογιστική**, βοηθάει την αφαιρετική και επαγωγική σκέψη και συμβάλει στην εμπλοκή του μαθητή στη μαθησιακή διαδικασία κάτι που έρχεται σε συμφωνία με τις έρευνες των Zhao & Zhao (2022), Misnasanti, Utami & Suwanto (2017). Η **κατανόηση αριθμητικών σχέσεων** είναι απαραίτητο μέσο για την κατάκτηση αναλογικής σκέψης, όπου όπως δείχνει και η έρευνα των Misnasanti, Utami & Suwanto (2017), η έλλειψη αναλογικής συλλογιστικής είχε ως αποτέλεσμα οι μαθητές να μην μπορούν να μοντελοποιήσουν προβλήματα αναλογιών αφού παρουσίαζαν αδυναμία αναγνώρισης των πολλαπλασιαστικών σχέσεων αριθμών. Η **οπτικοποίηση** των εννοιών χρησιμοποιώντας μέσα αναπαράστασης αναδεικνύεται εξίσου σημαντική όπως φαίνεται και στις έρευνες των Zhao & Zhao (2022) και Lethbridge, Lubin, Rayner, & Sheffield (2020). Στην τελευταία έρευνα μάλιστα χρησιμοποιήθηκε το εργαλείο desmos για την αναπαράσταση εννοιών στη διδασκαλία των αναλογιών, με πολύ θετικά αποτελέσματα τόσο σε επίπεδο γνώσεων όσο και σε επίπεδο στάσεων.

Η παρούσα έρευνα ανέδειξε ότι η κατάκτηση της μαθηματικής γνώσης και η οικοδόμηση της αναλογικής σκέψης περνάει μέσω των **συσχετισμών**. Συσχετισμών των μαθηματικών εννοιών μεταξύ τους, κάτι που συμφωνεί με την έρευνα του Μανάρα (2012) ή συσχετισμών των μαθηματικών εννοιών και σύνδεσης τους με την πραγματικότητα, κάτι που δείχνουν και οι έρευνες των Δασκαλάκη (2019) και Γερόντη (2009).

Η έρευνα αναδεικνύει τη σημαντικότητα χρήσης **τυπικής μαθηματικής γλώσσας** σχετική με τους λόγους και αναλογίες κάτι που έρχεται σε συμφωνία και με τις έρευνες των Μανάρα (2012) και Nagar, Weiland, Orrill & Burke (2015). Σύμφωνα με την τελευταία έρευνα μάλιστα, η χρήση τυπικής μαθηματικής γλώσσας στη διδασκαλία αναλογιών, εκτός από τη διαδικαστική γνώση που πρέπει να κατέχει ο εκπαιδευτικός, συνδέεται άμεσα και με την εννοιολογική γνώση του περιεχομένου (Nagar κ.ά. 2015).

Η έρευνα έδειξε ότι οι **στόχοι** μάθησης πρέπει να είναι ξεκάθαροι στο μαθητή κάτι που συμφωνεί με τις έρευνες των Δασκαλάκη (2019), Μανούσου κ.α. (2017). Η σημαντικότητα ως προς την **επιστημονική εγκυρότητα** του υλικού έρχεται επίσης σε συμφωνία με τις έρευνες των Αναγνωστοπούλου (2022), Δοξαστάκη (2022) και Δασκαλάκη (2019).

Σημαντικό εύρημα της έρευνας είναι ότι η διδασκαλία πρέπει να είναι **εξατομικευμένη** και το εκπαιδευτικό υλικό προσαρμοσμένο σε διαφορετικές ανάγκες μαθητών/τριών. Οι μελέτες των Κυρέζη (2018) και Μανάρα (2012) αναφέρουν ότι η μελέτη του υπόβαθρου και της προϋπάρχουσας γνώσης του έμψυχου υλικού που απευθύνεται το ΕΥ, μπορούν να δημιουργήσουν εξατομικευμένες δραστηριότητες και ασκήσεις που **οι μαθητές έχουν μεγάλη πιθανότητα να λύσουν** (Κυρέζη, 2018). Οι έρευνες των Κατσιάπη (2021), Παπανικολάου (2017) και Παπανικολάου & Μανούσου (2019) ανέδειξαν τη σημαντικότητα της εξατομικευμένης διδασκαλίας στην ΕΞΑΕ των μαθηματικών για παιδιά που απουσιάζουν περιστασιακά από το σχολείο και την κάλυψη κενών που τυχόν δημιουργούνται. Οι δραστηριότητες και ασκήσεις πρέπει να είναι **διαβαθμισμένης δυσκολίας** (Μανούσου κ.α. 2017) έτσι ώστε να υπάρχουν ασκήσεις και για μαθητές με υψηλότερες απαιτήσεις (Κατσιάπη, 2021).

Η έρευνα ανέδειξε την ανάγκη να υπάρχουν δραστηριότητες για μαθητές με **μαθησιακές δυσκολίες ή/και αναπηρίες** κάτι που συμφωνεί με την έρευνα του Κολοβού (2022). Ο τελευταίος μάλιστα αναφέρει ότι ένας δημιουργός εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού πρέπει να έχει απαραίτητες γνώσεις του θεσμικού πλαισίου για τη σωστή προσαρμογή ΕΥ στις ανάγκες μαθητών με μαθησιακές δυσκολίες ή/και αναπηρίες. (Κολοβός, 2022).

Η έρευνα ανέδειξε ότι η εξ αποστάσεως διδασκαλία των μαθηματικών είναι απαραίτητο να είναι **προγραμματισμένη** (κατατετατημένη δηλαδή σε μικρά και διαδοχικά βήματα) και **καθοδηγούμενη** μέσα από μία ακολουθία **ερωτήσεων – απαντήσεων** κάτι που έρχεται σε συμφωνία με τις έρευνες των Dogusoy (2020), Κυρέζη (2018) και Μανάρα (2012). Η παρουσίαση του μαθήματος με εργαλεία όπως το Course Presentaion του H5P υλικού έρχεται σε συμφωνία με όλα τα αντίστοιχα μαθήματα που αναζητήσαμε σε αντίστοιχα περιβάλλοντα μάθησης όπως το Coureware, Khan Academy και desmos. Η έρευνα των Lethbridge, Lubin, Rayner, & Sheffield (2023) αναδεικνύει τη χρήση παρουσίασης μαθήματος, στη διδασκαλία των αναλογιών.

Η συνεχής και άμεση **ανατροφοδότηση** αναδεικνύεται σημαντικό στοιχείο ως προς τη θετική ενίσχυση και ενθάρρυνση του εκπαιδευόμενου κάτι που συμφωνεί με τις έρευνες των Zhao & Zhao (2022), Lethbridge, Lubin, Rayner, & Sheffield (2020), Αντουράκη (2019), Murphy, Gallagher, Krumm, Mislevy, Hafter (2014), Μανάρα (2012). Σύμφωνα με τον τελευταίο μάλιστα η ανατροφοδότηση είναι καλό να είναι προσανατολισμένη στον

εντοπισμό λαθών και να εξηγή στο μαθητή που ακριβώς έχει κάνει λάθος κάτι που συμφωνεί και με τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας.

### 6.2.2 2ο και 3ο Ερευνητικό Ερώτημα

Ως προς τα ερευνητικά ερωτήματα 2 και 3 σχετικά με τις αρχές της ΕξΑΕ και τις αρχές πολυμεσικής μάθησης αντίστοιχα, η έρευνα μελέτησε το ΕΥ ως προς το περιεχόμενο των αλληλεπιδράσεων της Τεχνολογικής Γνώσης με την Παιδαγωγική Γνώση (Τεχνολογική και Παιδαγωγική Γνώση - ΤΡΚ).

*2ο Ερευνητικό Ερώτημα: «Το εκπαιδευτικό υλικό διέπεται από τις αρχές και τη μεθοδολογία της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης;»*

Η έρευνα ανέδειξε τη σημαντικότητα της **πολυμορφικότητας** του εξ αποστάσεως ΕΥ καταρρίπτοντας τη μονοδιάστατη κειμενική παρουσίαση ενισχύοντας την ενεργό συμμετοχή (Δασκαλάκη, 2019) κάτι που έρχεται σε συμφωνία με τις έρευνες των Cuka και Bufasi (2022), Yao και Zhao (2022), Δοξαστάκη (2022), Κατσιάπη (2021), Αντουράκη (2019), Παπανικολάου και Μανούσου (2019), Δασκαλάκη (2019), Μανούσου (2017), Γερόντη (2009).

Από την παρούσα έρευνα το **βίντεο** αξιολογείται ως σημαντικό ψηφιακό εργαλείο διδασκαλίας και μετάδοσης της πληροφορίας όπως δείχνουν και οι έρευνες των Cuka και Bufasi (2022), Δοξαστάκης (2022), Sablić, Miroslavljević, και Škugor (2021), Samosa, Guyo, Dapadar και De Guzman (2021), Wijaya, Li, Hermita, Putra και Alim (2021), Hermita κ.α. (2021), Δασκαλάκη (2019), Κυρέζης (2018), Μανάρας (2012). Ειδικότερα στην έρευνα του Κυρέζη (2018) η χρήση βίντεο στο μοντέλο της ανεστραμμένης τάξης συνέβαλε στην αύξηση των γνωστικών δεξιοτήτων των μαθηματικών σε όλα τα επίπεδα της ταξινόμιας Bloom. Η έρευνα των Cuka και Bufasi (2022) έδειξε ότι η χρήση **διαδραστικών βίντεο** στη διδασκαλία των μαθηματικών συνέβαλε στην ενεργοποίηση και αυτονομία του μαθητή, στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών και την αύξηση των επιδόσεων. Οι έρευνες των Samosa, Guyo, Dapadar και De Guzman (2021) και Wijaya, Li, Hermita, Putra και Alim (2021) χρησιμοποίησαν βίντεο στη διδασκαλία των κλασμάτων και των αριθμών Φιμπονάτσι αντίστοιχα, με πολύ θετικά αποτελέσματα. Η ΣΤ' Δημοτικού είναι η τάξη που ο μαθητής βρίσκεται στην ηλικία, που σύμφωνα με τον Piaget, η σκέψη αλλάζει από το στάδιο συγκεκριμένων ενεργημάτων στο στάδιο αφηρημένων τυπικών ενεργημάτων με αποτέλεσμα η μελέτη να επιτυγχάνεται καλύτερα βλέποντας, νιώθοντας και δοκιμάζοντας κάτι αυτόνομα κάτι που επιτυγχάνεται σε μεγάλο βαθμό από τη μάθηση μέσω βίντεο (Hermita κ.ά. 2021).



Οι **αλληλεπιδράσεις** μεταξύ εκπαιδευόμενου – εκπαιδευτικού και εκπαιδευόμενου – εκπαιδευόμενου αξιολογούνται από την έρευνα ως απαραίτητο στοιχείο στο σχεδιασμό εξ αποστάσεως υλικού. Η έρευνα του Κιουλάνη (2016) αναφέρει ότι η ποσότητα και ποιότητα των παραπάνω αλληλεπιδράσεων συμβάλλουν στη θετική ενίσχυση και ικανοποίηση του μαθητή. Ένα πλούσιο υλικό σε εργασίες, δραστηριότητες και ασκήσεις αυτοαξιολόγησης συμβάλει στην αλληλεπίδραση του εκπαιδευόμενου με το υλικό (Μανούσου κ.α., 2017).

Η **επικοινωνία** του μαθητή και η δυνατότητα να εκφράσει τις απόψεις του είτε μέσω ανοιχτού τύπου δραστηριότητες είτε μέσω φόρουμ επικοινωνίας αποτελούν σημαντικό στοιχείο στη δημιουργία εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού. Η έρευνα της Μποφίλιου (2013) αναφέρει ότι ένα **φόρουμ επικοινωνίας** συμβάλει όχι μόνο στην ατομική μάθηση αλλά και στην αποτελεσματικότητα της ομάδας και στην ανάπτυξη σχέσεων καθώς η συγγραφή μηνυμάτων αποτελεί εργαλείο σκέψης, έκφρασης και ανταλλαγής απόψεων και ιδεών και αναστοχασμού. Σε ανάλογα αποτελέσματα καταλήγει η έρευνα των Λάζαρη, Μουζάκη και Κουτρουμάνου (2015) όπου σύμφωνα με την έρευνα η ανάρτηση σχολίων και ανταλλαγή απόψεων μέσω φόρουμ συμβάλει στην αυτονομία και ανάπτυξη των μεταγνωστικών ικανοτήτων. Μία άλλη σημαντική παρατήρηση που κάνουν οι έρευνες των Παπανικολάου (2017) και Παπανικολάου & Μανούσου (2019) είναι ότι η επικοινωνία μέσω φόρουμ εκτός από το ότι δίνει τη δυνατότητα στο μαθητή να εκφράσει τις δικές του απόψεις και να λύσει απορίες, δίνει τη δυνατότητα σε μαθητές που ζουν σε απομακρυσμένες περιοχές να έρθουν σε επαφή με τους συμμαθητές τους δημιουργώντας μία ψηφιακή «παρέα». Η έρευνα βέβαια του Αντουράκη (2019) ανέδειξε την αδυναμία ευχρηστίας της εξ αποστάσεως επικοινωνίας αντίθετα με την τηλεφωνική ή πρόσωπο με πρόσωπο επικοινωνία. Στην ίδια έρευνα αναφέρεται ότι ο εμπλουτισμός δραστηριοτήτων με χρήση σύγχρονων μέσων επικοινωνίας βελτιώνουν την παραπάνω αδυναμία.

Η **παιγνιώδης μάθηση** αυξάνει την αλληλεπίδραση και τη **συναισθηματική εμπλοκή** του εκπαιδευόμενου γεγονός που συμφωνεί με τις έρευνες των Δασκαλάκη (2019) και Παπαφιλίπου, Τσιάτσου, Μανούσου & Λιοναράκη (2016) όπου στην τελευταία μάλιστα, υπήρχε στατιστικά σημαντική διαφορά στις στάσεις των μαθητών με τη διδασκαλία μέσω παιχνιδιού έναντι της συμβατικής διδασκαλίας.

*3ο Ερευνητικό Ερώτημα: «Το εκπαιδευτικό υλικό έχει δημιουργηθεί σύμφωνα με τις αρχές της πολυμεσικής μάθησης;»*

Η **ψηφιακή αφήγηση (αρχή τροπικότητας)** και η χρήση **εικονικών χαρακτήρων (avatars) (αρχή της εικόνας)** αξιολογούνται από την έρευνα ως απαραίτητα στοιχεία σε ένα εξ αποστάσεως υλικό όπως δείχνουν και οι έρευνες των Αναγνωστοπούλου (2022), Δοξαστάκη (2022), Δασκαλάκη (2019), Liu κ.α. (2018).

Σημαντική αξιολογείται και η **αρχή της προπαίδευσης** των αρχών πολυμεσικής μάθησης του Meyer. Η προπαίδευση χρήσης του ΕΥ με σαφείς οδηγίες και παραδείγματα δραστηριοτήτων αλλά και η προπαίδευση στη μελέτη του εκπαιδευόμενου χρησιμοποιώντας, διευκρινήσεις, παραδείγματα, υποδείξεις και λύσεις των ασκήσεων έρχεται σε συμφωνία με τα αποτελέσματα των ερευνών των Αναγνωστοπούλου (2022), Αντουράκη (2019), Δασκαλάκη (2019) και Μανούσου (2017). Η έρευνα των Ferreira, Mendes κ.α.(2020) έδειξε ότι η προπαίδευση στη μελέτη μέσω διαδραστικών βίντεο για την αλγοριθμική επίλυση προβλημάτων αύξησε την ενεργή συμμετοχή των μαθητών.

Οι έρευνες των Αναγνωστοπούλου (2022), Δοξαστάκη (2022), Δασκαλάκη (2019), Μανούσου (2017) και Μανάρα (2012) έδειξαν ότι η ηχητική παρουσίαση σε **φιλικό ύφος**, η χρήση **α' και β' προσώπου** και η χρήση καθομιλουμένης **γλώσσας (αρχή της φωνής και αρχή της προσωποποίησης)** καθώς και η **ευκολία πλοήγησης** με σαφείς οδηγίες-προφορικές, χρώματα, έντονη γραφή, υπογράμμιση-που διευκολύνουν την πλοήγηση και μάθηση του χρήστη (**αρχή της σηματοδότησης**) συμβάλουν στην άνετη αλληλεπίδραση με το υλικό και στην αυτονομία του μαθητή γεγονός που συμφωνεί με την παρούσα έρευνα.

### 6.3 Σύνοψη - Η «χρυσή τομή» TPACK

Για τη σωστή ένταξη εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού στη διδασκαλία των αναλογιών στη ΣΤ' Δημοτικού και λαμβάνοντας υπόψη τα περιεχόμενα των αλληλεπιδράσεων που συμβαίνουν μεταξύ των περιεχομένων των αντικειμένων Παιδαγωγική Γνώση, Τεχνολογική Γνώση και Γνώση Περιεχομένου, η παρούσα έρευνα συνοψίζει τα αποτελέσματα της στη «χρυσή τομή» TPACK:

- **Δομή:** Οι διδακτικοί στόχοι πρέπει να είναι ξεκάθαροι και να επιτυγχάνονται μέσα από μία προγραμματισμένη διδασκαλία η οποία περιλαμβάνει την κατάτμηση των διδακτικών στόχων σε μικρά και διαδοχικά βήματα με τη μορφή παρουσίασης. Η μάθηση οικοδομείται σταδιακά στο ρυθμό κάθε μαθητή πατώντας συνεχώς στην προηγούμενη γνώση. Η μάθηση πρέπει να είναι καθοδηγούμενη δίνοντας σαφείς οδηγίες για την πλοήγηση και μελέτη του ΕΥ.
- **Μορφή:** Η χρήση εικόνων, ήχων και βίντεο κρίνεται απαραίτητη στη μεταφορά της πληροφορίας στο εξ αποστάσεως υλικό, καθιστώντας το πολυμορφικό, πολυμεσικό και πολυτροπικό, ενισχύοντας την ενεργό μάθηση και συμμετοχή.
- **Ύφος:** Το ύφος της ηχητικής παρουσίασης πρέπει να είναι φιλικό και ήρεμο, να γίνεται χρήση γλώσσας σε δεύτερο πρόσωπο και ο γραπτός λόγος πρέπει να έχει τη μορφή προφορικού λόγου.

- **Περιεχόμενο:** Η επίλυση προβλημάτων, η χρήση τυπικής μαθηματικής γλώσσας και μέσων αναπαράστασης, οι συσχετισμοί των εννοιών και σύνδεσής τους με την πραγματικότητα, καλλιεργούν την αναλογική συλλογιστική και τη συλλογιστική σκέψη γενικότερα προάγοντας τη βαθιά ουσιαστική μαθηματική γνώση. Το υλικό πρέπει να είναι επιστημονικά τεκμηριωμένο και να καλύπτει όλη την ύλη.
- **Δραστηριότητες:** Το εκπαιδευτικό υλικό πρέπει να χαρακτηρίζεται από ποικίλες δραστηριότητες που συμβάλουν στην αλληλεπίδραση του μαθητή και προάγουν την αυτόνομη μάθηση. Είναι σημαντικό να δίνεται στον εκπαιδευόμενο δυνατότητα επικοινωνίας έτσι ώστε να μπορεί να εκφράσει ελεύθερα τις απόψεις και ιδέες του. Οι δραστηριότητες πρέπει να ενισχύουν θετικά τον εκπαιδευόμενο, να τον επιβραβεύουν και να κινητοποιούν το μαθητή μέσα από μία παιγνιώδη μάθηση. Οι δραστηριότητες πρέπει να στοχεύουν σε μαθητές με διαφορετικές μαθησιακές ανάγκες ή/και δυσκολίες. Η ανατροφοδότηση πρέπει να είναι συνεχής και άμεση, επισημαίνοντας τη λανθασμένη απάντηση προτρέποντας το μαθητή να ανακαλύψει μόνος του την απάντηση. Η ύπαρξη εισαγωγικών δραστηριοτήτων που βοηθάνε τη μελέτη και πλοήγηση του ΕΥ κρίνεται απαραίτητο στοιχείο στο εξ αποστάσεως υλικό.

## 6.4 Περιορισμοί της έρευνας

Η έρευνα ασχολήθηκε με το σχεδιασμό και την υλοποίηση εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού για τη διδασκαλία των αναλογιών στη ΣΤ' Δημοτικού. Βασικός περιορισμός της έρευνας είναι ότι το ΕΥ δεν εφαρμόστηκε σε μαθητές αφού δεν υπήρξαν οι απαραίτητες προϋποθέσεις προσομοίωσης ενός μικτού υβριδικού εκπαιδευτικού συστήματος.

## 6.5 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Σκοπός της παρούσας έρευνας ήταν η μελέτη σχεδιασμού, υλοποίησης και αποτίμησης εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού στα μαθηματικά και ειδικότερα στα κεφάλαια 30, 31 και 32 (Λόγοι και Αναλογίες) της ΣΤ Δημοτικού που να μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ένα μικτό-υβριδικό εκπαιδευτικό μοντέλο.

- ❖ Προτείνεται διεξαγωγή έρευνας και εφαρμογής αντίστοιχου ΕΥ σε πραγματικές συνθήκες προσομοίωσης μικτής διδασκαλίας.
- ❖ Προτείνεται ευρύτερη έρευνα πάνω στο σχεδιασμό και υλοποίηση εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού στα μαθηματικά, σε όλες τις τάξεις πρωτοβάθμιας και

δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης με σκοπό την εφαρμογή ενός μικτού εκπαιδευτικού μοντέλου διδασκαλίας.

- ❖ Μελλοντικές έρευνες θα μπορούσαν να εστιάσουν στη διερεύνηση του ήδη υπάρχοντος εκπαιδευτικού υλικού στα επίσημα αποθετήρια φωτόδεντρο και η-τάξη για το αν μπορούν και ποιες είναι οι απαραίτητες αλλαγές που πρέπει να γίνουν έτσι ώστε να χρησιμοποιηθούν θεσμοθετημένα πλέον από το υπάρχον εκπαιδευτικό σύστημα.
- ❖ Να διερευνηθεί περαιτέρω η πρόταση του μοντέλου TRACK έτσι ώστε να αξιολογηθεί για το αν προϋποθέτει ικανή και αναγκαία συνθήκη για το σχεδιασμό και υλοποίηση εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού στα μαθηματικά ή/και σε άλλα αντικείμενα.
- ❖ Να διερευνηθεί αν υπάρχουν και άλλα γνωστικά αντικείμενα που δεν καλύπτονται από το μοντέλο TRACK, και που ίσως επηρεάζουν και συμβάλουν, στη δημιουργία εξ αποστάσεως εκπαιδευτικού υλικού στα Μαθηματικά.

## Βιβλιογραφία

- Adzharuddin, N. (2013). Learning Management System (LMS) among University Students: Does It Work? *International Journal of e-Education, e-Business, e-Management and e-Learning*. doi: 10.7763/IJEEEE.2013.V3.233
- Alismail, H. A. (2015). Integrate Digital Storytelling in Education. *Journal of Education and Practice*, 6(9), 126–129. Ανακτήθηκε από <https://eric.ed.gov/?id=EJ1082416>
- Bottge, B. A., Ma, X., Gassaway, L., Toland, M. D., Butler, M., & Cho, S.-J. (2014). Effects of Blended Instructional Models on Math Performance. *Exceptional Children*, 80(4), 423–437. doi: 10.1177/0014402914527240
- Bradley, V. M. (2021). Learning Management System (LMS) Use with Online Instruction. *International Journal of Technology in Education*, 4(1), 68–92. doi: 10.46328/ijte.36
- Crehan, L. (2020). Φυτώρια Ευφύιας—Ένα ταξίδι στα καλύτερα εκπαιδευτικά συστήματα του κόσμου. (Μ. Παπαηλιάδη, Μτφ.). Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.
- Cuka, K., & Bufasi, E. (2022). Hyper Video for Improving Students' Math Performance. *European Journal of Education and Pedagogy*, 3(5), 13–15. doi: 10.24018/ejedu.2022.3.5.430
- Doğusoy, B. (2020). Learning to Create Educational Digital Stories: Pre-School Prospective Teachers' Flipped Classroom Experiences: Eğitsel Dijital Hikâye Oluşturmayı Öğrenmek: Okul Öncesi Öğretmen Adaylarının Ters-Yüz Sınıf Deneyimleri. *Cukurova University Faculty of Education Journal*, 49(2), 969–994. doi: 10.14812/cufej.673092
- EUR-Lex. (2006). Σύσταση του Ευρωπαϊκού Κοινοβουλίου και του Συμβουλίου, της 18ης Δεκεμβρίου 2006 , σχετικά με τις βασικές ικανότητες της δια βίου μάθησης. Στο *OJ L* (τ. 394). Ανακτήθηκε από <http://data.europa.eu/eli/reco/2006/962/oj/ell>
- EUR-Lex. (2008). *Communication from the Commission to the European Parliament, the Council, the European Economic and Social Committee and the Committee of the Regions—New Skills for New Jobs—Anticipating and matching labour market and skills needs {SEC(2008) 3058}*. Ανακτήθηκε από <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=celex%3A52008DC0868>
- Ferreira, J. F., & Mendes, A. (2020). Open and Interactive Learning Resources for Algorithmic Problem Solving. Στο E. Sekerinski, N. Moreira, J. N. Oliveira, D. Ratiu, R. Guidotti, M. Farrell, D. Delmas (Επιμ.), *Formal Methods. FM 2019 International Workshops* (σσ. 200–208). Cham: Springer International Publishing. doi: 10.1007/978-3-030-54997-8\_13

- Fort, M. (1994). Σχολική και Εξωσχολική Μαθηματική Εκπαίδευση: Ο Ρόλος της Επιμόρφωσης. Στο *Θέματα Διδακτικής Μαθηματικών II: Σχολείο-Φροντιστήριο-Ιδιαίτερο* (σσ. 55–66). Ρόδος: Πανεπιστήμιο Αιγαίου.
- Hermita, N., Putra, Z. H., Alim, J. A., Tang, J., Wijaya, T. T., Li, L., Tamur, M. (2021). The Hungry Ant: Development of Video-Based Learning on Polyhedron. *International Journal of Interactive Mobile Technologies (IJIM)*, 15(17), 18. doi: 10.3991/ijim.v15i17.23099
- Holmberg, B. (2003). A Theory of Distance Education Based on Empathy. Στο M. G. Moore & W. G. Anderson (Επιμ.), *Handbook of Distance Education* (σσ. 79–86). London: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Holmberg, B. (2005). *The Evolution, Principles and Practices of Distance Education*. Oldenburg: BIS-Verlag.
- Homolak, J. (2023). Opportunities and risks of ChatGPT in medicine, science, and academic publishing: A modern Promethean dilemma. *Croatian Medical Journal*, 64(1), 1–3. doi: 10.3325/cmj.2023.64.1
- Kasim, N. N. M., & Khalid, F. (2016). Choosing the Right Learning Management System (LMS) for the Higher Education Institution Context: A Systematic Review. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (IJET)*, 11(06), 55–61. doi: 10.3991/ijet.v11i06.5644
- Kehrwald, B. A., Parker, B., & University of South Australia. (2019). Editorial - Implementing online learning: Stories from the field. *Journal of University Teaching and Learning Practice*, 16(1), 2–7. doi: 10.53761/1.16.1.1
- Lamon, S. J. (2007). Rational Numbers and Proportional Reasoning: Toward a Theoretical Framework for Research. Στο F. K. Jr. Lester (Επιμ.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (σσ. 629–667). Charlotte, NC: National Council of Teachers of Mathematics-Information Age Publishing.
- Lethbridge, Z., Lubin, D., Rayner, E., & Sheffield, B. (2023). *How can blended learning be used to engage students in the learning experience?* Centres for Excellence in Maths (CfEM). Ανακτήθηκε από Centres for Excellence in Maths (CfEM) website: <https://www.et-foundation.co.uk/wp-content/uploads/2021/10/16.-Leyton-Blended-Learning.pdf>
- Lionarakis, A., Papadimitriou, S. T., Hartofylaka, A., Aggeli, A., & Tzilu, G. (2018). Η συμβολή των ψηφιακών εργαλείων στην υποστήριξη της μαθησιακής πορείας των φοιτητών/φοιτητριών της εξΑΕ: Μέρος Α: Χρήση ψηφιακών εργαλείων για τη δημιουργία ψηφιακού εκπαιδευτικού υλικού. *Ανοικτή Εκπαίδευση: το περιοδικό για την Ανοικτή και εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση και την Εκπαιδευτική Τεχνολογία*, 14(1), 104–117. doi: 10.12681/jode.18533

- Liu, K.-P., Tai, S.-J. D., & Liu, C.-C. (2018). Enhancing language learning through creation: The effect of digital storytelling on student learning motivation and performance in a school English course. *Educational Technology Research & Development*, 66(4), 913–935. doi: 10.1007/s11423-018-9592-z
- Math Space. (2022, Νοέμβριος). Playing with Symmetry. Ανακτήθηκε 9 Μάιος 2023, από At Right Angles website: <https://publications.azimpremjiuniversity.edu.in/4170/>
- Mian, S. H., Salah, B., Ameen, W., Moiduddin, K., & Alkhalefah, H. (2020). Adapting Universities for Sustainability Education in Industry 4.0: Channel of Challenges and Opportunities. *Sustainability*, 12(15), 6100. doi: 10.3390/su12156100
- Misnasanti, Utami, R. W., & Suwanto, F. R. (2017). Problem based learning to improve proportional reasoning of students in mathematics learning. *AIP Conference Proceedings*, 1868(1), 050002. doi: 10.1063/1.4995129
- Moore, M. G. (1993). Theory of transactional distance. Στο D. Keegan (Επιμ.), *Theoretical principles of distance education* (σσ. 20–35). New York: Routledge.
- Mundt, F., & Hartmann, M. (2016). The Blended Learning Concept e:t:p:M@Math: Practical Insights and Research Findings. Στο *ICME-13 Monographs. Distance Learning, E-Learning and Blended Learning in Mathematics Education* (σσ. 11–28). Cham: Springer International Publishing AG.
- Nagar, G. G., Weiland, T., Orrill, C. H., & Burke, J. (2015). *TEACHERS' UNDERSTANDING OF RATIOS AND THEIR CONNECTIONS TO FRACTIONS*.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Washington, DC: Author.
- Oktaviane, D. A. K., & Ekawati, R. (2022). Development of Electronic Students' Worksheet Linear Function-Problem Based Using Desmos Application. *Jurnal Cendekia : Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(1), 445–458. doi: 10.31004/cendekia.v6i1.1153
- Peters, O. (1993). Distance education in a postindustrial society. Στο D. Keegan (Επιμ.), *Theoretical principles of distance education* (σσ. 36–53). New York: Routledge.
- Reynolds, L., & Joseph, L. M. (2022). Effects of a Mathematics App on Urban High School Students' Algebra Performance. *Contemporary School Psychology*, 26(4), 558–569. doi: 10.1007/s40688-021-00379-0
- Rice, K. L. (2006). A Comprehensive Look at Distance Education in the K–12 Context. *Journal of Research on Technology in Education*, 38(4), 425–448. doi: 10.1080/15391523.2006.10782468
- Robin, B. (2011). The educational uses of digital storytelling. *Proceedings of Society for Information Technology & Teacher Education International Conference 2006*.

- Robin, B. R. (2016). The Power of Digital Storytelling to Support Teaching and Learning. *Digital Education Review*. Ανακτήθηκε από <https://eric.ed.gov/?id=EJ1125504>
- Sablić, M., Miroslavljević, A., & Škugor, A. (2021). Video-Based Learning (VBL)—Past, Present and Future: An Overview of the Research Published from 2008 to 2019. *Technology, Knowledge and Learning*, 26(4), 1061–1077. doi: 10.1007/s10758-020-09455-5
- Samosa, R. C., Guyo, J. M., Dapadap, M. Q., & De Guzman, R. (2021). Video-Based Experiential Learning Approach as an Innovation in Teaching Fraction. Στο *Online Submission* (τ. 5, σσ. 137–141). Ανακτήθηκε από <https://eric.ed.gov/?id=ED618218>
- Schmier, S. A. (2021). Using digital storytelling as a turn-around pedagogy. *Literacy*, 55(3), 172–180. doi: 10.1111/lit.12250
- Smyrnova-Trybulska, E. (2019). E-Learning—Evolution, Trends, Methods, Examples, Experience. *International Conference on e-Learning*, 155–162. Ανακτήθηκε από <https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=asn&AN=138452514&site=ehost-live>
- Sofos, A., Kostas, A., Paraschou, V., Σοφός, Α., Κώστας, Α., & Παράσχου, Β. (2015). *Online Distance Education*. Ανακτήθηκε από <http://repository.kallipos.gr/handle/11419/182>
- Solera-Cotanilla, S., Vega-Barbas, M., Pérez, J., López, G., Matanza, J., & Álvarez-Campana, M. (2022). Security and Privacy Analysis of Youth-Oriented Connected Devices. *Sensors* (14248220), 22(11), 3967–3967. doi: 10.3390/s22113967
- Van de Walle, J. A. (2005). *Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο: Μία Εξελικτική Διδασκαλία* (Α. Αλεξανδροπούλου & Β. Κομπορόζος, Μτφ.). Αθήνα: Τυπωθήτω.
- Wedemeyer, C. (1981). *Learning at the Back Door—Reflections on non-traditional learning in the lifespan*. The University of Wisconsin Press.
- Wenger-Trayner, B. (2015). A brief overview of the concept and its uses. *Communities of Practice*. Ανακτήθηκε από <https://www.wenger-trayner.com/introduction-to-communities-of-practice/>
- Wijaya, T., Li, L., Hermita, N., Putra, Z., & Alim, J. (2021). Helping Junior High School Student to Learn Fibonacci Sequence with Video-Based Learning. *International Journal of Interactive Mobile Technologies (iJIM)*, 15, 183. doi: 10.3991/ijim.v15i11.23097
- Yao, X., & Zhao, J. (2022). Chinese mathematics teachers' use of digital technologies for instruction: A survey study. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(8), em2135. doi: 10.29333/ejmste/12209
- Αναγνωστοπούλου Καμαλακίδου, Ν. (2022). *Σχεδιασμός, υλοποίηση και αποτίμηση εκπαιδευτικού υλικού με τη μέθοδο της Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευσης, με θέμα την ανάπτυξη δεξιοτήτων της «Θεωρίας του Νου», μέσα από τη χρήση κοινωνικών ιστοριών, με σκοπό την*



ενίσχυση της κοινωνικο-συναισθηματικής ανάπτυξης παιδιών με αυτισμό. Πανεπιστήμιο Κρήτης, Ρέθυμνο.

Αναστασιάδης, Παναγιώτης. (2006). Περιβάλλοντα Μάθησης στο Διαδίκτυο και Εκπαίδευση από Απόσταση. Στο Α. Λιοναράκης (Επιμ.), *Ανοικτή και εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση—Στοιχεία Θεωρίας και Πράξης* (σσ. 108–150). Αθήνα: Αθήνα: Προπομπός.

Αναστασιάδης, Παναγιώτης. (2017). “*Η αξιοποίηση των ΤΠΕ στο Σύγχρονο Σχολείο με έμφαση στη Συνεργασία, τη Δημιουργικότητα και την Κριτική Σκέψη*”. Πανεπιστήμιο Κρήτης, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Εργαστήριο Δια Βίου και Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευσης (Ε.ΔΙ.ΒΕ.Α). Ανακτήθηκε από <https://www.openbook.gr/i-axiopoisi-twn-tpe-sto-sygxrono-sxoleio/>

Αναστασιάδης, Παναγιώτης. (2020). Η Σχολική Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση στην εποχή του Κορωνοϊού COVID-19: Το παράδειγμα της Ελλάδας και η πρόκληση της μετάβασης στο «Ανοιχτό Σχολείο της Διερευνητικής Μάθησης, της Συνεργατικής Δημιουργικότητας και της Κοινωνικής Αλληλεγγύης». *Ανοικτή Εκπαίδευση: το περιοδικό για την Ανοικτή και εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση και την Εκπαιδευτική Τεχνολογία*, 16(2), 20–48. doi: 10.12681/jode.25506

Αναστασιάδης, Πάνος. (2014). Η έρευνα για την ΕξΑΕ με τη χρήση των ΤΠΕ (e-learning) στο Ελληνικό Τυπικό Εκπαιδευτικό Σύστημα. Ανασκόπηση και προοπτικές για την Πρωτοβάθμια, Δευτεροβάθμια και Τριτοβάθμια Εκπαίδευση. *Ανοικτή Εκπαίδευση: το περιοδικό για την Ανοικτή και εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση και την Εκπαιδευτική Τεχνολογία*, 10(1), 5–32. doi: 10.12681/jode.9809

Αντουράκης, Μ. (2019). *Ο Σχεδιασμός και η εφαρμογή ενός διαδικτυακού περιβάλλοντος με στόχο την ενίσχυσης της γονεϊκής εμπλοκής*. Πανεπιστήμιο Κρήτης, Ρέθυμνο.

Γερόντη, Α. (2009). *Η εξ αποστάσεως επιμόρφωση στα μαθηματικά στο θέμα Πιθανότητες*. Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο (ΕΑΠ). Σχολή Ανθρωπιστικών Σπουδών, Πάτρα.

Δασκαλάκη, Μ. (2019). *Σχεδιασμός, ανάπτυξη και αποτίμηση πολυμορφικού εκπαιδευτικού υλικού με τη μέθοδο της εξΑΕ στο πρόγραμμα Αγωγής Υγείας για τη Στοματική Υγιεινή για μαθητές Δ΄ τάξης του Δημοτικού*. Πανεπιστήμιο Κρήτης, Ρέθυμνο.

Δοξαστάκης, Ι. (2022). *Σχεδιασμός, ανάπτυξη και αποτίμηση εκπαιδευτικού υλικού με τη μέθοδο της ΕξΑΕ για την ενότητα της Γεωγραφίας της ΣΤ΄ Τάξης με θέμα «Η Γη ως Ουράνιο Σώμα»*. Πανεπιστήμιο Κρήτης, Ρέθυμνο.

Θεοδωράκης, Μ., Μαραγκάκη, Κ., & Δασκαλάκης, Χ. (2014). Κριτήρια επιλογής συστήματος διαχείρισης μάθησης. Στο Παναγιώτης Αναστασιάδης, Ν. Ζαράνης, Β. Οικονομίδης, & Μ. Καλογιαννάκης (Επιμ.), *7ο Πανελλήνιο Συνέδριο «Διδακτική της Πληροφορικής»* (σσ. 276–

- 283). Πανεπιστήμιο Κρήτης, Ρέθυμνο, 3-5 Οκτωβρίου 2014. Ανακτήθηκε από [https://www.etpe.gr/proceeding\\_articles/kritiria-epilogis-systimatos-diacheirisis-mathisis](https://www.etpe.gr/proceeding_articles/kritiria-epilogis-systimatos-diacheirisis-mathisis)
- Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής, ΙΕΠ. (2021). *Πρόγραμμα Σπουδών για το μάθημα των Μαθηματικών στο Δημοτικό*. Ανακτήθηκε από <http://iep.edu.gr/el/nea-ps-pronoli>
- Κασσώτη, Ό., Κλιάπης, Π., Οικονόμου, Θ., & Ζιώγας, Κ. (2022a). *Μαθηματικά ΣΤ' Δημοτικού*. Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών και Εκδόσεων «Διόφαντος».
- Κασσώτη, Ό., Κλιάπης, Π., Οικονόμου, Θ., & Ζιώγας, Κ. (2022b). *Μαθηματικά ΣΤ' Δημοτικού—Βιβλίο Εκπαιδευτικού*. Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών και Εκδόσεων «Διόφαντος».
- Κατσιάπη, Χ., & Βαλασίδου, Α. (2021). Σχολική εξ αποστάσεως εκπαίδευση κατά την περίοδο αναστολής λειτουργίας των σχολείων λόγω του κορωνοϊού. Μελέτη περίπτωσης στο μάθημα της Ιστορίας Γ' Λυκείου. *Ανοικτή Εκπαίδευση: το περιοδικό για την Ανοικτή και εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση και την Εκπαιδευτική Τεχνολογία*, 17(2), 176–193. doi: 10.12681/jode.25391
- Κιουλάνης, Σ., Παναγιωτίδου, Α., & Βαλκάνος, Ε. (2016). Ενίσχυση της Αλληλεπίδρασης σε διαδικτυακά περιβάλλοντα μάθησης μέσω εικονικών συμμετεχόντων. Στο Παναγιώτης Αναστασιάδης (Επιμ.), *Εξ Αποστάσεως Επιμόρφωση των Εκπαιδευτικών με τη χρήση προηγμένων τεχνολογιών δικτύου (e-learning)* (σσ. 213–240). Αθήνα: Gutenberg.
- Κολέζα, Ε. (2009). *Θεωρία και Πράξη στη Διδασκαλία των Μαθηματικών*. Αθήνα: Τόπος.
- Κολέζα, Ε. (2020). *Ψηφίδες Σκέψης στα Στοιχειώδη Μαθηματικά: Αριθμητική, Άλγεβρα & Γεωμετρία*. Αθήνα: Gutenberg.
- Κολέζα, Ε. (2022). *Οδηγός Επιβίωσης στα Μαθηματικά του Δημοτικού και του Γυμνασίου*. Αθήνα: Gutenberg.
- Κολοβός, Π. (2022). *Αντιλήψεις και διδακτικές πρακτικές εκπαιδευτικών σχετικά με την εξ αποστάσεως εκπαίδευση στα μαθηματικά μαθητών και μαθητριών με μαθησιακές δυσκολίες*. Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο (ΕΑΠ), Σχολή Θετικών Επιστημών και Τεχνολογίας, Πάτρα.
- Κυρέζης, Ν. (2018). *Επίτευξη γνωστικών στόχων στην ανετραμμένη τάξη: Μία μελέτη περίπτωσης στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση*. Πανεπιστήμιο Κρήτης, Ρέθυμνο.
- Κώνστας, Ε. (1978). *Εισαγωγή στον Μαθηματικό Στοχασμό των Πυθαγορείων*. Αθήνα.
- Λάζαρη, Κ., Μουζάκης, Χ., & Κουτρομάνος, Γ. (2015). Η Αξιοποίηση του Edmodo σε Δράσεις Συμπληρωματικής εξ Αποστάσεως Εκπαίδευσης: Μια Μελέτη Περίπτωσης στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση. *Διεθνές Συνέδριο για την Ανοικτή & εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση*, 8(3A). doi: 10.12681/icodl.54

- Λιοναράκης, Α. (1999). Εξ αποστάσεως και συμβατική εκπαίδευση: Συγκλίνουσες ή αποκλίνουσες δυνάμεις; Στο *Η ανοικτή και εξ αποστάσεως επιμόρφωση των εκπαιδευτικών* (σσ. 8–27). Αθήνα: Ομοσπονδία Ιδιωτικών Εκπαιδευτικών Λειτουργιών Ελλάδας.
- Λιοναράκης, Α. (2001). «Ανοικτή και εξ Αποστάσεως Πολυμορφική Εκπαίδευση: Προβληματισμοί για μία Ποιοτική Προσέγγιση». Στο Α. Λιοναράκης (Επιμ.), *Απόψεις και Προβληματισμοί για την Ανοικτή και εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση* (σσ. 34–52). Αθήνα: Προπομπός. Ανακτήθηκε από <http://newtutor.pbworks.com/f/qualityDesignOfTeachingMaterial.pdf>
- Λιοναράκης, Α. (2006). Η θεωρία της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης και η πολυπλοκότητα της πολυμορφικής της διάστασης. Στο Α. Λιοναράκης (Επιμ.), *Ανοικτή και Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση—Στοιχεία Θεωρίας και Πράξης* (σσ. 7–41). Αθήνα: Προπομπός. Ανακτήθηκε από <http://newtutor.pbworks.com/f/qualityDesignOfTeachingMaterial.pdf>
- Μανάρας, Ν. (2012). *Ιδιαιτερότητες στην εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση στα Μαθηματικά*. Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο (ΕΑΠ). Σχολή Ανθρωπιστικών Σπουδών, Πάτρα.
- Μανούσου, Ε. (2017). *Οι δεξιότητες των φοιτητών που εκπονούν μεταπτυχιακή ερευνητική εργασία*. Ελληνικό Δίκτυο Ανοικτής και εξ Αποστάσεως Εκπαίδευσης. Ανακτήθηκε από <https://www.openbook.gr/oi-dexiotites-ton-foititon-poy-ekponoyn-metaptychiaki-ereynitiki-ergasia/>
- Μανούσου, Ε., Κοντογεωργάκου, Β., Γεωργιάδη, Ε., & Κόκκαλη, Α. (2017). Παιδαγωγικό υλικό στην σχολική εξ αποστάσεως εκπαίδευση. Μελέτη Περίπτωσης: Το εξ αποστάσεως εκπαιδευτικό Κέντρο της Βικτώρια στην Αυστραλία. *Ανοικτή Εκπαίδευση: το περιοδικό για την Ανοικτή και εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση και την Εκπαιδευτική Τεχνολογία*, 13(1), 5–25. doi: 10.12681/jode.13912
- Μαυροειδής, Η., Γκιόσος, Ι., & Κουτσούμπα, Μ. (2014). Επισκόπηση θεωρητικών εννοιών στην εκπαίδευση από απόσταση. *Ανοικτή Εκπαίδευση: το περιοδικό για την Ανοικτή και εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση και την Εκπαιδευτική Τεχνολογία*, 10(1), 88–100. doi: 10.12681/jode.9814
- Μελιάδου, Ε., Νάκου, Α., Γκούσκος, Δ., & Μεϊμάρης, Μ. (2011). Digital Storytelling, Learning and Education. *Διεθνές Συνέδριο Για Την Ανοικτή & Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση*, 6(1Α). doi: 10.12681/icodl.681
- Μπούμπουκα, Μ., Παλαιογιαννίδης, Δ., & Φαλαγκάρας, Α. (2017). Μια εφαρμογή μικτής μάθησης για τη διδασκαλία των μαθηματικών στο γυμνάσιο με τη βοήθεια του moodle. *Συνέδρια της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, 393–402. doi: 10.12681/cetpe.4096

- Μποφιλίου, Α. (2013). *Η Αλληλεπίδραση σε on line περιβάλλοντα μάθησης. Τα Φόρουμ συζήτησης ένας χώρος συναργασίας και μάθησης*. Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο (ΕΑΠ), Πάτρα.
- Νεγρεπόντης, Σ. (1994). Κοινή μεθοδολογία στην ανακάλυψη και στη διδακτική των μαθηματικών. Στο Φ. Καλαβάσης & Μ. Μεϊμάρης (Επιμ.), *Θέματα Διδακτικής Μαθηματικών II: Σχολείο-Φροντιστήριο-Ιδιαίτερο* (σσ. 31–40). Ρόδος: Πανεπιστήμιο Αιγαίου.
- Παπαμαστοράκης, Εμμ. (2001). *Πανεπιστημιακές Σημειώσεις Μαθήματος 'Διδακτική των Μαθηματικών'*. Σχολή Θετικών Επιστημών, Πανεπιστήμιο Κρήτης.
- Παπανικολάου, Κ. (2017). *Συμπληρωματική εξ αποστάσεως εκπαίδευση σε μαθητές δημοτικού. Μία Έρευνα Δράσης για τη μελέτη στο σπίτι*. Ανακτήθηκε από <https://apothesis.eap.gr/handle/repo/35717>
- Παπανικολάου, Κ., & Μανούσου, Ε. (2019). Συμπληρωματική εξ αποστάσεως εκπαίδευση στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση. Μία Έρευνα Δράσης για την αναπλήρωση των μαθημάτων για τους μαθητές που απουσιάζουν περιστασιακά από το σχολείο. *Ανοικτή Εκπαίδευση: το περιοδικό για την Ανοικτή και εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση και την Εκπαιδευτική Τεχνολογία*, 15(1), 184–201. doi: 10.12681/jode.21111
- Παπαφιλίππου, Ν., Τσιάτσος, Θ., Μανούσου, Ε., & Λιοναράκης, Α. (2016). Διερεύνηση συμπληρωματικής εξ αποστάσεως εκπαίδευσης στο πλαίσιο ενισχυτικής διδασκαλίας μαθηματικών με την αξιοποίηση εκπαιδευτικού λογισμικού. *Ανοικτή Εκπαίδευση: το περιοδικό για την Ανοικτή και εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση και την Εκπαιδευτική Τεχνολογία*, 12(2), 73–89. doi: 10.12681/jode.10863
- Περάκη, Μ. (2017). *Αυτορρυθμιζόμενη μάθηση και Παιχνιδοποίηση*. Πανεπιστήμιο Πειραιώς, Τμήμα Ψηφιακών Συστημάτων, Πειραιάς.
- Πόταρη, Δ. (2014). *Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση (Δημοτικό): Οδηγός για τον εκπαιδευτικό: «Εργαλεία Διδακτικών Προσεγγίσεων»*. Ανακτήθηκε από <http://repository.edulll.gr/edulll/handle/10795/1852>
- Σαχινίδης, Κ., & Πολυχρονάκης, Γ. (2009). ΤΠΕ και εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση στην υπηρεσία της Δια Βίου Μάθησης. Πρόσβαση στη γνώση ή ένας νέος ψηφιακός δυϊσμός; *Διεθνές Συνέδριο για την Ανοικτή & εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση*, 5(2Α), 195–203. doi: 10.12681/icodl.464
- Φλέσσας, Γ. (1994). Οι Απαιτήσεις του Πανεπιστημίου από την Μαθηματική Εκπαίδευση στο Σχολείο και στο Φροντιστήριο. Στο *Θέματα Διδακτικής Μαθηματικών II: Σχολείο-Φροντιστήριο-Ιδιαίτερο* (σσ. 67–70). Ρόδος: Πανεπιστήμιο Αιγαίου.



